

UM ESTUDO DA CURVA CICLOIDE E SUAS VARIAÇÕES

Mariane M. RODRIGUES¹; Renato M. PEREIRA²; Ana Cláudia M. SILVEIRA³

RESUMO

A proposta do projeto foi pesquisar a matemática e a história envolvida na curva chamada Cicloide. Para tanto, desenvolvemos um estudo aprofundado da geometria da curva cicloide e suas variações em Epicloide e Hipocicloide. Em seguida, estudamos a história dos matemáticos que estudaram a cicloide e suas aplicações nos diversos ramos do conhecimento. E, assim, redigimos um artigo científico com os resultados da pesquisa.

INTRODUÇÃO

Na história, os primeiros a estudarem a Curva Cicloide foram Nicholas Cusa (1401-1454) e o Charles Bouvelles (1471-1553), mas o nome Cicloide foi dado por Galileu Galilei no século XVII.

Galileu nasceu em Pisa e desde cedo tinha curiosidade pela física. Conta-se que em certo dia, na Catedral, ele se deparou com um lustre suspenso na abóboda e observou a lâmpada oscilando de um lado a outro. Usando as batidas de seu pulso para medir o tempo que a lâmpada levava nesse trajeto, ele começou o estudo que o levou ao pêndulo. Hoje, esse estudo é utilizado em assuntos relativos à força peso e ao movimento oscilatório (SASSINE & BUSTILLOS, 2011).

Galileu também buscou calcular a área sob um arco da cicloide relacionando com a área do círculo que a gera. Mas deixou pra trás o estudo da curva, sugerindo

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Câmpus Muzambinho. Muzambinho/MG, email: marianemodesto@yahoo.com.br;

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Câmpus Muzambinho. Muzambinho/MG, email: renato.pereira@muz.ifsuldeminas.edu.br;

³ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Câmpus Muzambinho. Muzambinho/MG, email: ana-claudia01@live.com;

que ela somente servia para o arco de uma ponte (STEWART, 2011). E, mais tarde, Gilles Personne (1602-1675) retornou ao pensamento de Galileu comprovando que “a área do arco da cicloide é exatamente três vezes a área do círculo que a gera” (SASSINE, BUSTILLOS, 2011).

Gilles Personne nasceu em Roberval e adotou o nome senhoril de Roberval. Quando chegou a Paris, Martin Mersenne (1588-1648), um religioso que pertencia a Ordem dos Mínimos, propôs-lhe que estudasse a curva cicloide. Assim, Roberval em seus estudos encontrou o volume gerado quando a área da cicloide gira em uma reta. Ele denominou a cicloide como Trocoide, que é o plano da curva descrito por um ponto ligado a um círculo gerador, que rola sobre uma reta. A palavra vem da raiz grega trokos, significa roda. (SASSINE, BUSTILLOS, 2011)

Em 1630, Martin Mersenne desafiou Descartes, Fermat e outros matemáticos, com problemas relativos à curva cicloide, que passou a ser discutida e, conseqüentemente, recebeu o apelido de “Helena dos Geômetras”. (SASSINE, BUSTILLOS, 2011)

Em 1643, o Evangelista Torricelli (1608-1647) enviou a Mersenne um trabalho sobre a quadratura da cicloide e, em 1644, publicou a obra “De parabolis”, onde continha esse feito e também a construção da tangente da curva. Para a solução de problemas da curva usou o método indivisíveis, usado também por Roberval, e o método de exaustão. Com isso Roberval alegou que Torricelli o plagiou, pois já havia chegado aos resultados antes dele.

Por fim, vale destacar o matemático Blaise Pascal (1623-1662) que, em 1658, resolveu estudar um pouco sobre a cicloide. Achou áreas, volumes e centros de gravidade da curva. E propôs aos matemáticos de sua época questões sobre a curva, prometendo prêmios para os que solucionassem os testes. Roberval foi um dos juízes. Contudo, somente duas soluções foram resolvidas pelos participantes e mesmo assim com alguns erros de cálculos. Com isso, Pascal resolveu que ninguém levaria os prêmios. Mais tarde, ele publicou as respostas dos testes em livros, como “Lettres de A. Dettonville”. Conta-se que o matemático Christopher Wren respondeu aos testes, inclusive conseguiu provar que o comprimento do arco da cicloide é oito vezes o raio do círculo que a gera, porém ele não estava participando da competição (SASSINE, BUSTILLOS, 2011).

MATERIAL E MÉTODOS

O desenvolvimento do projeto foi baseado na leitura dos livros, discussão com o orientador, construção de curvas em softwares matemáticos, como o Maple 4.0, e escrita dos resultados da pesquisa. No desenvolvimento do projeto, alguns livros foram consultados, como indicado na referência bibliográfica, e, através dos textos analisados e do estudo das curvas por meio de softwares matemáticos, foi desenvolvida a temática da pesquisa; por fim, foi redigido o texto propriamente dito da pesquisa e as considerações e resultados obtidos.

As etapas da pesquisa se dividiram em:

a) Estudo da geometria da curva cicloide e suas variações: o objetivo desta etapa foi desenvolver o conhecimento geométrico das curvas cicloide, epicicloide e hipocicloide.

b) Estudo da história da cicloide: nesta etapa houve um estudo aprofundado de livros que tratam da cicloide para um levantamento histórico de autores que trabalharam com essa curva.

c) Estudo das aplicações da cicloide: essa etapa continuou a anterior no sentido de levantamento das aplicações dessa curva nos diversos ramos do conhecimento.

d) Escrita de um artigo sobre cicloide: esta etapa fechou toda a pesquisa com a redação de um artigo científico com os resultados da pesquisa.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Por meio deste artigo, objetivou-se mostrar parte do estudo desenvolvido sobre a curva cicloide e suas variações. Foi desenvolvido um estudo aprofundado da geometria da curva cicloide e suas variações em epicicloide e hipocicloide. Houve a construção delas através de softwares matemáticos, o que propiciou o aprendizado de técnicas de programação e a interpretação algébrica e gráfica das variações da curva. Foram feitas leituras da história dos matemáticos que as pesquisaram, o que apresentou a motivação e o fascínio que elas causaram nos pesquisadores.

Após o estudo da teoria, buscou-se desenvolver suas representações gráficas, escolheu-se o software Maple 4.0 e com seu auxílio foram construídas algumas cicloides e dentre elas foram selecionadas oito, que podem ser visualizadas nas Figuras de 1 a 8.

As curvas são representadas por fórmulas específicas que fogem ao escopo deste texto, e que são facilmente encontradas em livros específicos como os de Stewart (2011), Thomas (2007) e Putnoki (1989).

CICLOIDE

A cicloide é uma curva descrita por um ponto da circunferência, conforme esta rola ao longo de uma reta sem deslizar. Essa curva pode ser visualizada na Figura 1.



Figura 1: Cicloide, gerada pelos autores por meio do software Maple 4.0

CICLOIDE COM UM PONTO NO INTERIOR DO RAI

Essa nova cicloide é descrita por um ponto no interior do raio da circunferência, conforme esta rola ao longo de uma reta sem deslizar. Seu traço pode ser visualizado na Figura 2.



Figura 2: Cicloide com um ponto no interior do raio, gerada pelos autores por meio do software Maple 4.0

CICLOIDE COM UM PONTO NA PROLONGAÇÃO DO RAI

Essa nova cicloide é descrita por um ponto na prolongação do raio da circunferência, conforme esta rola ao longo de uma reta sem deslizar (Figura 3).



Figura 3: Cicloide com um ponto na prolongação do raio, gerada pelos autores por meio do software Maple 4.0

EPICICLOIDE

A epicicloide é descrita por um ponto de uma circunferência A tangente externamente a uma circunferência B, conforme A rola ao longo de B sem deslizar. Dependendo do comprimento de A e B são encontrados traços diferentes. Para um caso particular, essa curva pode ser visualizada na Figura 4.

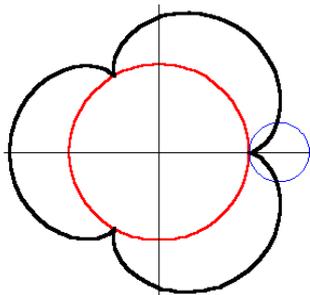


Figura 4: Epicicloide, gerada pelos autores por meio do software Maple 4.0

CARDIOIDE

Um caso particular da epicicloide ocorre quando as circunferências possuem tamanhos iguais. Esse traço é muito famoso e recebe o nome de "cardioide". Sua visualização pode ser vista na Figura 5.

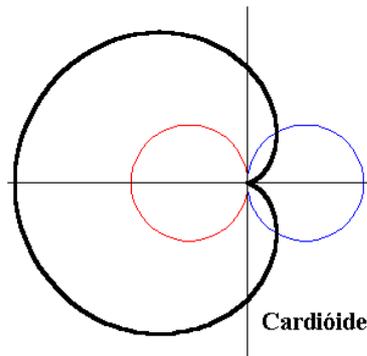


Figura 5: Epicicloide com as circunferências de tamanhos iguais, gerada pelos autores por meio do software Maple 4.0

HIPOCICLOIDE

A hipocicloide é descrita por um ponto de uma circunferência A tangente internamente a uma circunferência B, conforme A rola ao longo de B sem deslizar. Dependendo do comprimento de A e B são encontrados traços diferentes (Figura 6).

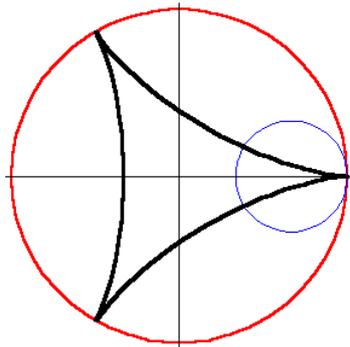


Figura 6: Hipocicloide, gerada pelos autores por meio do software Maple 4.0

HIPOCICLOIDE COM UM PONTO NA PROLONGAÇÃO DO RAIOS

Essa nova hipocicloide é descrita por um ponto na prolongação do raio de uma circunferência A tangente internamente a uma circunferência B e o raio de A é a metade do raio de B, conforme A rola ao longo de B sem deslizar. Essa nova hipocicloide tem como traço uma elipse e pode ser visualizada na Figura 7.

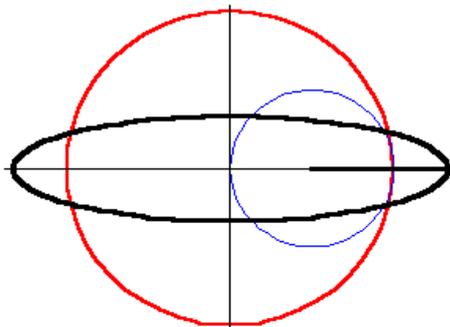


Figura 7: Hipocicloide com um ponto na prolongação do raio, gerada pelos autores por meio do software Maple 4.0

HIPOCICLOIDE COM UM PONTO NO INTERIOR DO RAIO

Uma outra possibilidade de hipocicloide é descrita por um ponto no interior do raio de uma circunferência A tangente internamente a uma circunferência B e o raio de A é a metade do raio de B, conforme A rola ao longo de B sem deslizar. Seu traço também é de uma elipse e pode ser visualizada na Figura 8.

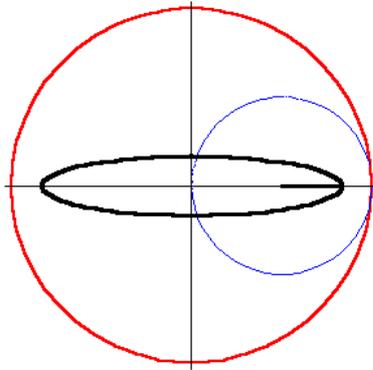


Figura 8: Hipocicloide com um ponto no interior do raio, gerada pelos autores por meio do software Maple 4.0

CONCLUSÕES

O estudo da história e da geometria da curva cicloide são aplicações da matemática que motivam o aprendizado de matemática pelos alunos do ensino médio. A beleza da curva estudada e os diversos problemas matemáticos envolvidos nela justificam o nome especial que ela recebeu, “Helena dos Geômetras”. Embora não seja assunto abordado no ensino médio, elas são de grande utilidade para os estudos futuros nas áreas de física e engenharia. Enfim, tratou-se de uma teoria motivante que exigiu toda uma retomada de conhecimentos de assuntos da matemática do ensino médio para a construção de resultados interessantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

PUTNOKI, J. C. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico**. v.2. São Paulo: Editora Scipione, 1989.

SASSINE, A. & BUSTILLOS, O. V. **A Magia da Curva Cicloide**. São Paulo: Scortecci Editora, 2012.

STEWART, J. **Cálculo**. v.2. 6 ed. São Paulo: Cengage, 2011. p. 592-594.

THOMAS, G. B. **Cálculo**. v.2. 3 ed. São Paulo: Addison Wesley, 2007. p. 156-163.