

DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO AO LONGO DA HISTÓRIA: considerações sobre os problemas da matemática grega.

Rodolfo de M. GOMES¹, Diogo H. da ROSA²

RESUMO

Os conhecimentos gregos estão ligados com uma grande parte do desenvolvimento histórico da matemática. A partir da cultura grega, ela passa a ser considerada ciência e vê-se um grande salto em sua organização e seu desenvolvimento. Muitos conhecimentos matemáticos que ainda são ensinados na contemporaneidade são frutos dessa organização da ciência, em especial a geometria, que tem nos Elementos de Euclides sua principal referência. Os três antigos problemas fizeram parte desse desenvolvimento e desempenharam importante papel na estimulação de novas descobertas, sendo que os mistérios sobre suas soluções estiveram presentes no meio matemático por mais de dois milênios, sempre fascinando estudiosos de várias épocas diferentes e levando a descoberta de novos conceitos que se fazem presentes até os dias atuais.

Palavras-chave: Matemática grega, História da Matemática, geometria, problemas.

1. INTRODUÇÃO

Boa parte do que permeia o conhecimento matemático que se observa hoje tem suas bases firmadas sobre as ideias trazidas da matemática grega. Compreender seu desenvolvimento e entender suas relações como a moderna conjuntura desta ciência é importante para que se perceba que esta não é constituída de conhecimentos acabados, mas sim de conceitos que estão em constante evolução.

Uma importante parte do desenvolvimento da Matemática grega aconteceu entre 600 a.C. à 300 a.C., aproximadamente, período em que se estabelecem os pensamentos ligados a geometria que culminaram com a organização dos Elementos de Euclides. Neste extenso período os matemáticos gregos estudaram três problemas de geometria que julgaram ser possível resolver utilizando somente régua e compasso. Ao longo destes três séculos, que vai de Tales de Mileto à aparição da obra *Elementos* de Euclides, surgem três linhas de desenvolvimento da matemática grega.

Habilmente iniciado pelos pitagóricos e acrescido posteriormente por Hipócrates, Eudoxo, Teodoro e outros, a primeira linha é o desenvolvimento do material que acabou se organizando nos *Elementos*. Outra linha se relaciona à noções de infinitésimos, infinitos e

¹ Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Inconfidentes. Inconfidentes/ MG – E-mail: sdrodolfomatos@hotmail.com

² Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Inconfidentes. Inconfidentes/ MG – E-mail: diogo.rosa.3@hotmail.com

processos somatórios, constituem a segunda linha de desenvolvimento matemático, pensamentos que só foram totalmente esclarecidos com a invenção do Cálculo nos tempos modernos. Por último, na tentativa de solucionar os três famosos problemas de construção, a linha de desenvolvimento da geometria superior, que abrange superfícies diferentes do plano e da esfera. (WENDPAP; TOILLIER; BASTIANI, 2009).

A resolução dos três problemas gregos exigiu a utilização de curvas diferentes da reta e do círculo. Reta e círculo neste contexto são curvas que podem ser construídas a partir do uso exclusivo de régua e compasso, que os matemáticos gregos, Platão em particular, entendiam que eram instrumentos suficientes para quaisquer construções.

Além da ideia de perfeição da reta e do círculo, outra possível razão para restrição à régua e compasso são os três primeiros postulados dos *Elementos* de Euclides:

1. Fica postulado traçar uma reta de todo ponto até todo ponto;
2. também prolongar uma reta limitada, continuamente, sobre outra reta;
3. e, com todo centro e distância descrever um círculo (EUCLIDES, 2009, p.98)

Tendo definidos as características básicas da matemática grega, passamos então para os três problemas que permearam o seu desenvolvimento e influenciaram o a consolidação de tantos outros conhecimentos ao longo de toda a história da Matemática. São eles:

- Duplicação do cubo: Dado um cubo, construir outro cubo com o dobro do volume do anterior.
- Quadratura do círculo: dado um círculo, construir um quadrado com a mesma área.
- Trissecção do ângulo: dado um ângulo, construir outro ângulo com um terço de sua amplitude. (WENDPAP; TOILLIER; BASTIANI, 2009).

2. MATERIAL E MÉTODOS

Este trabalho consiste em uma revisão bibliográfica com o intuito de perceber quais momentos da História da Matemática sofreram algum tipo de influência das tentativas de solução para os três problemas gregos e alguns dos conhecimentos matemáticos que tiveram seu desenvolvimento relacionado a estas tentativas.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Embora não tenham conseguido resolver estes problemas com os instrumentos especificados, os matemáticos gregos não se deixaram intimidar e, com engenhosidade

notável, foram capazes de achar soluções para os três problemas, usando vários outros tipos de instrumentos e construções (CARVALHO, 2008).

Foram encontradas várias maneiras de solucionar o problema da duplicação do cubo, quase todas baseadas em achar duas meias proporcionais entre duas grandezas, usando construções que não podem ser efetuadas somente com régua e compasso. Estas soluções podem ser encontradas em Carvalho (2008), como a máquina de Platão, a máquina de Eratóstenes, a solução de Nicomedes, a construção de Árquitas, a solução achada por Menecmo, o método de Diocles e o método de Hierão.

A quadratura do círculo aparece pela primeira vez na história no papiro de Rhind, que foi escrito por Ahmes seu escriba, por volta de 1650 a. C. e que é uma cópia de um documento de 200 anos antes. Essa “solução” consiste em que para se construir um quadrado de área próxima a de um círculo. Para isso, o lado do quadrado deveria ser $\frac{8}{9}$ do diâmetro do círculo. Entretanto esta não é uma construção geométrica precisa, porém é uma ótima aproximação, pois corresponde a tomar 3,1605 como valor para π , que é uma aproximação com erro de 0,6018395284% (FERREIRA 2011). Ainda segundo o autor, o matemático grego Nicomede propõe uma solução para a trissecção do ângulo usando uma ferramenta não euclidiana conhecido como Conchoide, que serviu também para a solução do problema da duplicação do cubo.

Os dilemas relacionados a resolução dos três problemas usando apenas régua e compasso começam a ver seu fim somente no século XVII. Segundo Barbosa e Assis Neto (2011), Gauss apresenta a ideia de impossibilidade quando relata sua tentativa de construir um polígono de dezessete lados usando apenas os conceitos de geometria euclidiana, mas sem apresentar qualquer prova para sua afirmação, no entanto, traz a ideia de algebrização dos problemas geométricos, o que facilitou os posteriores trabalhos envolvendo construções com régua e compasso. Ainda segundo os autores, em 1837, Wantzel, matemático francês, publica um artigo no qual propunha que todo problema de construção por régua e compasso apenas pode ser resolvido caso seus segmentos tenham como comprimento um número algébrico que é raiz de um polinômio de grau 2^n ($n \in \mathbb{N}$).

O problema da duplicação do cubo pode ser representado pela equação $x^3 - 2 = 0$ (para um cubo inicial de dimensões iguais a 1), que possui grau 3, que não é uma potência de 2, logo não pode ser construído segundo o teorema. Já a trissecção do ângulo é representada pela equação $x^3 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}a = 0$, para a qual vale o mesmo argumento apresentado anteriormente.

Já a quadratura do círculo pode ser representada pela equação $x^2 - \pi = 0$, no entanto, mesmo a representação sendo um polinômio de grau 2, π não é um número algébrico, portanto, um segmento de comprimento $\sqrt{\pi}$ não pode ser construído (RIPOLL et al., 2002).

4. CONCLUSÕES

Pensar em problemas matemáticos que não apresentam soluções pode representar uma experiência bastante frustrante à primeira vista. No entanto, esses problemas têm gigantesca relevância dentro do desenvolvimento histórico da matemática. Mais de dois milênios de estudos resultaram em inúmeros avanços que foram capazes de impulsionar os conhecimentos matemáticos que estão presentes nas mais diversas situações em nosso cotidiano. Segundo Yates:

“Estes três problemas, solidamente inexpugnáveis malgrado todas as tentativas usando geometria plana, o método matemático dos antigos gregos, fizeram com que os matemáticos ficassem fascinados e construíssem novas técnicas e teoremas para sua solução. Por meio deste estímulo surgiu grande parte das estruturas atuais da álgebra e geometria. A procura constante de soluções para os três problemas durante tanto tempo forneceu descobertas espantosamente frutíferas, às vezes achadas por sorte pura e que lançaram luz sobre tópicos bem distantes” (1971, p. 5, apud Carvalho, 2008, p. 2).

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. P. C.; ASSIS NETO, F. R. Pierre Laurent Wantzel: **O Último Capítulo de Dois dos Três Problemas Clássicos**. 2011. Disponível em: <http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Barbosa_J_P_C_Pierre_Laurent_Wantzel_O_Último_Capítulo_de_Dois_dos_Três.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2016.

CARVALHO, J. P. **Os Três Problemas Clássicos Da Matemática Grega**. 2008. Disponível em: <www.bienasbm.ufba.br/M20.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2016.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Tradução e Introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

FERREIRA, E. S. **Nicomede E Os Três Problemas Clássicos Gregos**. Revista Brasileira de História da Matemática, Campinas, 2011. v. 10, n. 20, p. 193-211.

RIPOLL, C. C. et al. **Números Irracionais, Transcendentes e Algébricos: a existência e a densidade dos números**. Acta Scientiae, Canoas, v. 4, n. 1, p.85-89, jan./jun. 2002. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/download/167/154>>. Acesso em: 30 abr. 2016.

WENDPAP, B. G.; TOILLIER, J. S.; BASTIANI, F. **Os três famosos problemas da Antiguidade**. 2009. Disponível em: <projetos.unioeste.br/cursos/cascavel/matematica/xxiiisam/artigos/17.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2016.