

ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA PARA DETERMINAÇÃO DE MÁXIMOS E MÍNIMOS DE FUNÇÕES NÃO MONÓTONAS

Danilo S. MOREIRA¹; Tiago G. BOTELHO²

RESUMO

Este projeto visou a implementação de um sistema na linguagem C para determinação de extremos de funções não monótonas, que possuem um comportamento diferente em intervalos de seu domínio. O projeto aplicou métodos matemáticos iterativos conhecidos na literatura que são unidimensionais e multidimensionais. Avaliou-se também qual método obteve o melhor comportamento em relação à função senoidal $(\frac{\sin(x)}{x})^2$.

Palavras-chave:

Extremos de Funções; Métodos Unidimensionais; Métodos Multidimensionais; Matemática Computacional.

1. INTRODUÇÃO

Em um universo dinâmico da era atual, é essencial que um profissional da área de ciência da computação possua conhecimentos aprofundados na área de matemática. O profissional com este perfil será capaz de resolver problemas mais profundos, oferecendo soluções claras, organizadas, eficientes e criativas. A disciplina de matemática computacional é a que mais integra as duas áreas mencionadas, sendo que, geralmente, todos os métodos numéricos, estudados e resolvidos de forma algébrica, são implementados para que sejam resolvidos com auxílio do computador.

Na área que envolve o cálculo numérico, as funções podem ser classificadas como monótonas e não monótonas. Uma função monótona é crescente ou decrescente em todo o seu domínio. Já a não monótona é uma função que aumenta e diminui em diferentes intervalos de seu domínio. Ainda dentro do cálculo numérico existem formas de se encontrar os extremos de funções, que são aplicados a problemas de otimização cotidianos, dentro das ciências exatas e outras aplicações. Quando são verificadas funções complexas dependentes da

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Muzambinho. Monte Belo/MG - E-mail: danielodesousamoreira@hotmail.com

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Muzambinho. Muzambinho/MG. E-mail: tiago.botelho@ifsuldeminas.edu.br

interação de muitas variáveis, geralmente, não há formas analíticas para localizar os extremos máximos e mínimos. Para isso utilizam-se métodos computacionais.

Dentre os métodos de cálculo de máximo e mínimo de funções encontrados na literatura, existem os métodos voltados para otimização unidimensional, onde apenas uma variável é envolvida no cálculo. Podem ser verificados também os métodos multidimensionais, em que é realizado o cálculo de extremos de função para duas ou mais variáveis.

Com relação aos métodos em que uma única variável é calculada na função, pode ser verificado a ideia central de funcionamento dos seguintes métodos:

- **Método da procura da secção dourada;**
- **Método da interpolação quadrática;**
- **Método de Newton.**

Sobre métodos multidimensionais, onde duas ou mais variáveis são utilizadas para o cálculo dos extremos de funções, foi encontrado na literatura os seguintes:

- **Método de Nelder e Mead;**
- **Método do gradiente.**

Sendo assim, o projeto visa o estudo e implementação dos diferentes métodos de determinação de extremos de funções e aplicá-los a função não monótona senoidal $(\frac{\sin(x)}{x})^2$ utilizando a linguagem de programação C.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Primeiramente, foi realizada uma pesquisa para encontrar todos os métodos de obtenção de pontos máximos e mínimos, os quais foram verificados métodos unidimensionais e multidimensionais, citados anteriormente. A partir deles, foram feitos estudos do funcionamento e comportamento de cada método. Também foi realizado um estudo sobre as funções não monótonas, o que resultou na seleção de uma função senoidal para aplicar os métodos e analisar seus resultados.

Damas (2007) afirma que a linguagem C é extremamente potente e flexível, adapta-se ao desenvolvimento de qualquer projeto, permite a separação em módulos distintos e independentes e consegue obter desempenho semelhante ao Assembly³. Justamente pensando

³Assembly é uma linguagem de programação utilizada para programar dispositivos computacionais, como microprocessadores e microcontroladores.

nessa potencialidade que a Linguagem C oferece para o desenvolvedor e por atender a todas as necessidades que o projeto necessitava, esta foi utilizada nas implementações dos métodos estudados.

Junto com a fase de implementação dos métodos, ocorreram os testes e as avaliações, onde para validação dos métodos os resultados obtidos com a implementação na linguagem C foram comparados com os resultados que cada método obteve em relação a uma mesma função não monótona e qual se aproximou mais precisamente dos pontos máximo e mínimo procurados.

Ainda foram feitos testes de execução, verificando-se o tempo que cada algoritmo precisou para se chegar a uma solução. Foram realizadas 7 execuções com a mesma entrada para se tirar uma média do tempo das execuções, no final descartou-se a melhor e a pior, fazendo a média por 5. Nesta etapa, quando foi realizado a execução de um exemplo em um dos métodos, o mesmo foi executado nos outros métodos, obtendo assim, as comparações para serem analisadas posteriormente.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados obtidos com os métodos unidimensionais na procura de um ponto mínimo estão abaixo na tabela 1, lembrando que o intervalo forçado para busca foi entre 2,7 e 4,7:

Métodos	Numero de Iterações	Média do Tempo de Execução	Valor Mínimo Encontrado
SECÇÃO DOURADA	49	14.234 s	0,0000178
INTERPOLAÇÃO QUADRÁTICA	30	11.587 s	0,0000176
NEWTON	13	7.402 s	0,0000175

TABELA 1 – Resultados dos métodos unidimensionais extremo mínimo procurado

Os resultados obtidos com os métodos unidimensionais na procura de um ponto máximo estão abaixo na tabela 2, lembrando que o intervalo forçado para busca foi entre 2,7 e 4,7:

Métodos	Numero de Iterações	Média do Tempo de Execução	Valor Máximo Encontrado
SECÇÃO DOURADA	51	14.318 s	0,0471931
INTERPOLAÇÃO QUADRÁTICA	29	11.398 s	0,0471902
NEWTON	11	7.202 s	0,0471921

TABELA 2 – Resultados dos métodos unidimensionais extremo máximo procurado

Os resultados obtidos com os métodos multidimensionais na procura de um ponto mínimo estão abaixo na tabela 1, lembrando que o intervalo forçado para busca foi entre 2,7 e 4,7:

Métodos	Numero de Iterações	Média do Tempo de Execução	Valor Mínimo Encontrado
GRADIENTE	11	7.015 s	0,0000178
NELDER MEAD	27	13.487 s	0,0000176

TABELA 3 – Resultados dos métodos multidimensionais extremo mínimo procurado

Os resultados obtidos com os métodos multidimensionais na procura de um ponto máximo estão abaixo na tabela 2, lembrando que o intervalo forçado para busca foi entre 2,7 e 4,7:

Métodos	Numero de Iterações	Média do Tempo de Execução	Valor Máximo Encontrado
GRADIENTE	9	6.684 s	0,0471931
NELDER MEAD	26	13.325 s	0,0471902

TABELA 4 – Resultados dos métodos multidimensionais extremo máximo procurado

4. CONCLUSÕES

Dos três métodos unidimensionais estudados, o método de Newton foi o que se revelou mais rápido e com menos gastos computacionais, visto que em poucas iterações a função converge rapidamente para o máximo ou mínimo desejados. Dos dois métodos multidimensionais estudados, o método do gradiente é o que apresenta menor custo computacional e também é o método que converge para o extremo mais rápido. Além de ser o melhor entre os multidimensionais, ele se mostrou o mais eficiente de todos, quando comparado também com os métodos unidimensionais. Uma desvantagem que pode ser observada, em relação aos métodos que obtiveram o melhor resultado, Newton e o gradiente, é que necessitam do estudo das derivadas, toda vez que se desejar trabalhar com uma nova função. Para trabalhos futuros pode-se buscar uma aplicação mais prática do método e ajudar na publicação de novos resultados obtidos.

REFERÊNCIAS

DAMAS, Luís. **Linguagem C**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC - Editora, 2007. 407 p. Tradução de: João Araujo Ribeiro, Orlando Bernardo Filho.