

O ACELERADOR DE FERMI: Estudo das Colisões Elásticas

Fabio H. COSTA¹; Flávio H. GRACIANO²; Joelson D. V, HERMES³; Anderson A. A. da SILVA⁴.

RESUMO

Estudamos neste trabalho a versão não dissipativa do modelo unidimensional do acelerador de Fermi. O sistema consiste de uma partícula clássica confinada ao interior de duas paredes rígidas sendo uma delas fixa enquanto que a outra move-se periodicamente no tempo. A dinâmica é descrita usando o formalismo de mapeamento discreto e que fornece os valores da velocidade da partícula juntamente com a fase da parede móvel em todas as colisões da partícula com a parede móvel. Nesta versão admite que a partícula sofre colisões completamente elásticas com ambas paredes. Desse modo o sistema é dito ser não-dissipativo. Mostraremos que o sistema apresenta espaço de fases do tipo misto no sentido de que dependendo das condições iniciais e do parâmetro de controle externo pode-se ter comportamento periódico, quasi-periódico e caos.

Palavras-chave: Mapeamentos Discretos, Sistemas não Dissipativos.

1. INTRODUÇÃO

O modelo do acelerador de Fermi foi introduzido em 1949 por Enrico Fermi (FERMI, 1949) na tentativa de explicar a aceleração dos raios cósmicos. Posteriormente este modelo foi estudado em diferentes versões e usando diferentes aproximações. O mais conhecido deles é o modelo Fermi-Ulam ou também chamado de modelo bouncing ball.

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus **Inconfidentes**. Inconfidentes/MG - E-mail: fhc961@hotmail.com

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus **Inconfidentes**. Inconfidentes/MG e UNESP – Campus Rio Claro - E-mail: flavio.graciano@ifsuldeminas.edu.br.

³ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus **Inconfidentes**. Inconfidentes/MG e UNESP – Campus Rio Claro - E-mail: Joelson.hermes@ifsuldeminas.edu.br.

⁴ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus **Inconfidentes**. Inconfidentes/MG - E-mail: andersonantsilva1@gmail.com.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O modelo do acelerador de Fermi consiste em uma partícula de massa unitária ($m=1$), que se move ao longo do eixo horizontal (GRACIANO, 2006). A partícula colide elasticamente com as paredes, ou seja, não há perda de energia (figura 1), em que a parede fixa está na posição L e a parede móvel se move no intervalo $[-\varepsilon; \varepsilon]$. A equação da posição da partícula é definida por: $X_w(t)=\varepsilon' \cos(\omega t)$, através da primeira derivada temos a velocidade da partícula, $V_w(t) = \frac{\partial X_w(t)}{\partial t} = -\varepsilon \omega \sin(\omega t)$.

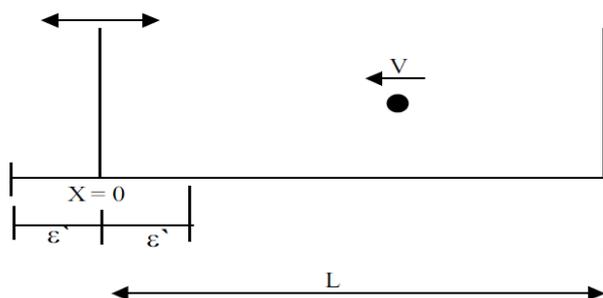


Figura 1. Esquema do modelo de Fermi

A dinâmica deste sistema é descrita por mapeamentos discretos não lineares nas variáveis $(V; t)$, onde V e t são velocidade da partícula e tempo (instante) no momento da colisão com a parede móvel respectivamente.

Para encontrarmos o mapeamento, devemos considerar duas situações distintas (LEONEL, 2003), que são:

1. Colisões sucessivas ou Colisões múltiplas com a parede móvel. Neste caso, a partícula sofre mais de uma colisão com a parede móvel, antes de colidir com a parede fixa.
2. Colisões indiretas. Neste caso, a partícula sofre apenas uma colisão com a parede móvel antes de colidir com a parede fixa.

3. MATERIAL E MÉTODOS

Com o uso de conceitos físicos e matemáticos, como derivadas, mudança de referencial e mudanças de variáveis conseguimos encontrar mapeamentos discretos que descrevem o sistema. Para colisões sucessivas encontramos:

$$T_S: \begin{cases} v_{n+1} = -v_n - 2\varepsilon \sin(\phi_{n+1}) \\ \phi_{n+1} = \phi_n + \phi_c \text{ mod}(2\pi) \end{cases}, \quad (1)$$

$$G(\phi_c) = \varepsilon \cos(\phi_n + \phi_c) - \varepsilon \cos(\phi_n) - v_n \phi_c \quad (2)$$

com ϕ_c obtido numericamente de $G(\phi_c)=0$,

Para as as colisões indiretas encontramos:

$$T_S: \begin{cases} v_{n+1} = v_n - 2\varepsilon \sin(\phi_{n+1}) \\ \phi_{n+1} = \phi_n + \phi_d + \phi_e + \phi_c \text{ mod}(2\pi) \end{cases}, \quad (3)$$

$$F(\phi_c) = \varepsilon \cos(\phi_n + \phi_d + \phi_e + \phi_c) - \varepsilon + v_n \phi_c, \quad (4)$$

com ϕ_c encontrado numericamente por $F(\phi_c) = 0$ e $\phi_d = \frac{1-\varepsilon \cos(\phi_n)}{v_n}$, $\phi_e = \frac{1-\varepsilon}{v_n}$. De posse desses mapeamentos, usamos algoritmo na linguagem *Fortran* para estudarmos a dinâmica do sistema, plotamos os resultados usando o programa *Xmgrace*.

Na figura 2 mostramos um espaço de fase que foi construído a partir da iteração do mapeamento para 400 condições iniciais distintas. A de fase pertence ao intervalo $[0, 2\pi)$ foi dividida em 20 incrementos igualmente espaçados. Foram usados também 20 divisões para a velocidade inicial dentro do intervalo $[10^{-4}, 0.2]$.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após plotarmos o gráfico que descreve a dinâmica do sistema, tivemos como resultado um espaço de fases do tipo misto, ou seja, podemos observar a presença de regiões caóticas, regiões com comportamento periódicos e regiões com comportamento quase-periódicos. Esse espaço de fase é dividido em duas regiões pela primeira curva invariante do tipo spanning, abaixo dessa curva temos uma região de baixa energia onde encontramos ilhas imersas em um mar de caos, acima da entramos uma região que é composta basicamente por curvas invariantes e pequenas regiões caóticas.

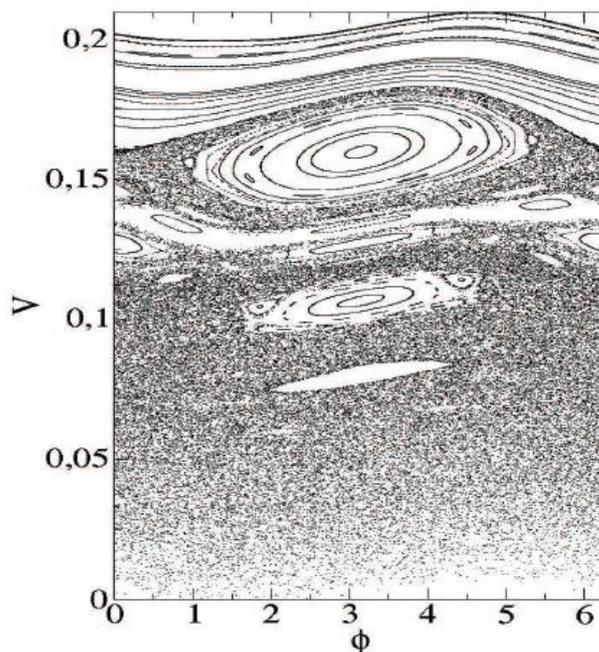


Figura 2. Espaço de fases para o modelo não-dissipativo

5. CONCLUSÕES

Estudamos neste trabalho a versão não-dissipativa do acelerador de Fermi unidimensional. Vimos que modelo consiste de uma partícula confinada ao interior de duas paredes rígidas. Uma delas fixa e a outra move-se no tempo de forma periódica. A dinâmica foi descrita utilizando um mapeamento bidimensional nas variáveis velocidade e fase. Mostramos também que o espaço de fases para o sistema estudado é do tipo misto, com regiões caóticas, periódicas e quase periódicas.

AGRADECIMENTOS

Grupo de Pesquisa em Dinâmica Não-Linear da Unesp- Rio Claro.

REFERÊNCIAS

FERMI. E., On the Origin of Cosmic Radiation, Phys. Rev. 75,1169,1949.

GRACIANO F., "Geométrico-Estruturais do Acelerador de Fermi", Dissertação de Mestrado - Unincor -2006

LEONEL. E. D. Propriedades dinâmicas de alguns sistemas Hamiltonianos dependentes do tempo – Tese de Doutorado – UFMG (2003).