INVESTIGANDO ÓRBITAS PLANETÁRIAS ATRAVÉS DA LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL DE NEWTON: Um Estudo Computacional

Jéferson J. PEDRILHO[1]; Vanessa M. GIAROLA[2]

RESUMO

A gravitação e a cosmologia são áreas fascinantes da física que despertam o interesse desde tempos remotos. Grandes matemáticos, principalmente gregos, procuravam entender o que permitia os planetas e outros corpos se manterem e movimentarem no espaço. Atualmente, após o advento de telescópios de grande resolução estas subáreas da física tentam descrever desde a criação do universo até a matéria escura. Estes são temas avançados que estimulam o ensino de física nos mais diversos níveis. Contudo, para o seu entendimento, precisamos entender os mecanismos básicos inerentes ao conhecimento científico da área. Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo o entendimento e a simulação computacional de órbitas planetárias do nosso sistema solar usando a Lei da Gravitação Universal de Newton. Essa Lei foi à primeira Lei física fundamental a descrever o movimento dos corpos celestes. Para tanto, utilizamos o método numérico de Euler para resolver as equações de movimento de Newton e, assim, obter de forma correta a descrição física das órbitas planetárias.

Palavras-chave:

Cosmologia; Leis de Kepler; Método de Euler; Ciência Moderna.

1. INTRODUÇÃO

No início do século XVII, Johannes Kepler postulou três leis, sendo estas (ASTRONOMY..., 2016):

1ª Lei: Planetas movem-se em órbitas elípticas ao redor do Sol. O Sol está localizado no ponto focal da elipse;

2ª Lei: A área através da linha que une o Sol e o movimento do planeta por unidade de tempo possui um valor constante;

3ª Lei: O quadrado do período (*T*) da órbita do planeta é proporcional ao cubo do semieixo maior da órbita elíptica, que é igual à metade da distância mais longa do eixo de uma elipse (GANALLE, 2003; BIZZO,1996).

Em 1687, Sir Isaac Newton mostrou que estas Leis são uma consequência da Lei Universal da Gravitação. Isso significa que a força gravitacional também rege o movimento dos astros como um todo. A Lei da Gravitação Universal de Newton é dada por:

[1]Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Poços de Caldas. Poços de Caldas/MG - E-mail: jeferson.pedrilho@ifsuldeminas.edu.br

[2]Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Poços de Caldas. Poços de Caldas/MG. E-mail: vanessa.giarola@ifsuldeminas.edu.br

$$\vec{F}_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r}_{12} \tag{1}$$

em que G é a constante gravitacional de Newton, m_1 é a massa de um dos corpos, m_2 é a massa do outro corpo e $\hat{r}_{12}$ é o vetor unitário que aponta a partir do objeto com massa m_1 para o objeto com massa m_2.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Para desenvolver o software e investigar as órbitas planetárias é necessário descrever a força gravitacional em um sistema de dois corpos. Decompondo a força gravitacional (Equação 1) nas direções x e y, e usando a segunda Lei de Newton, considerando as relações para a distância (r) em coordenadas polares, obtemos:

$$a_x = -G\frac{m_1}{(x^2+y^2)^{3/2}}x \tag{2}$$

$$a_y = -G\frac{m_1}{(x^2+y^2)^{3/2}}y \tag{3}$$

As equações (2) e (3) descrevem a aceleração de um planeta ao redor do Sol ao longo das direções x e y que serão utilizadas na simulação computacional. Para resolvê-las iremos usar o método de Euler em que a posição do planeta em um instante $t + \Delta t$ pode ser calculada a partir de um tempo anterior (t) através do seguinte procedimento (GIORDANO, 2000):

$$x(t+\Delta t) = v_x(t+\Delta t).\Delta t \tag{4}$$

$$y(t+\Delta t) = v_y(t+\Delta t).\Delta t \tag{5}$$

em que Δt corresponde ao intervalo de tempo de cada iteração da simulação (passo). Como as equações (4) e (5) dependem das velocidades, podemos usar o método de Euler para obter esta dependência, que serão os parâmetros de entrada para determinar a posição x e y do planeta em torno do Sol. Dessa forma:

$$v_x(t+\Delta t) = v_x(t) + \left(\frac{a_x}{(x_t^2+y_t^2)}\right)^{3/2} \tag{6}$$

$$v_y(t+\Delta t) = v_y(t) + \left(\frac{a_y}{(x_t^2+y_t^2)}\right)^{3/2} \tag{7}$$

Assim, a partir das acelerações calculamos as velocidades, e a partir das velocidades determinamos as posições x e y do planeta formando uma orbita ao redor do Sol.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Quando a velocidade na direção vertical é insuficiente para que o planeta entre em órbita com o Sol, verifica-se que, ao se aproximar do Sol, o planeta será atraído por conta da força gravitacional exercida por ele e sairá de sua trajetória inicial. Portanto, é necessário que o planeta seja acelerado com uma velocidade tal que contraponha a força da gravidade e entre em órbita com o Sol. Os parâmetros de entrada no modelo são mostrados na Tabela 1. Tais parâmetros como a posição inicial e velocidade foram computados de tal forma que o raio e excentricidade da órbita (devido as órbitas serem elipses) de cada planeta fosse respeitado. Na Figura 1, reportamos a dependência da velocidade vertical de cada planeta do nosso sistema solar em função do raio da órbita do planeta. Como observado, quanto menor o raio da órbita maior é a velocidade vertical necessária para o planeta entrar em órbita com o Sol. Este resultado está em consonância com a segunda Lei de Kepler.

Planeta	$X\ (t=0)$	$Y\ (t=0)$	$v_x\ (t=0)$	$v_y\ (t=0)$	e
Mercúrio	$0{,}579 \times 10^{11}$ m	0,0	0,0	$3{,}30200 \times 10^5$ m/s	0,2056
Vênus	$1{,}080 \times 10^{11}$ m	0,0	0,0	$2{,}20982 \times 10^5$ m/s	0,0068
Terra	$1{,}496 \times 10^{11}$ m	0,0	0,0	$1{,}88645 \times 10^5$ m/s	0,0167
Marte	$2{,}279 \times 10^{11}$ m	0,0	0,0	$1{,}44300 \times 10^5$ m/s	0,0930
Júpiter	$7{,}785 \times 10^{11}$ m	0,0	0,0	$0{,}80000 \times 10^5$ m/s	0,0480
Saturno	$1{,}433 \times 10^{12}$ m	0,0	0,0	$0{,}58720 \times 10^5$ m/s	0,0560
Urano	$2{,}677 \times 10^{12}$ m	0,0	0,0	$0{,}43190 \times 10^5$ m/s	0,0460
Netuno	$4{,}498 \times 10^{12}$ m	0,0	0,0	$0{,}33945 \times 10^5$ m/s	0,0097

Tabela 1 – Parâmetros de entrada para a simulação mostrada na Figura 1 e 2.

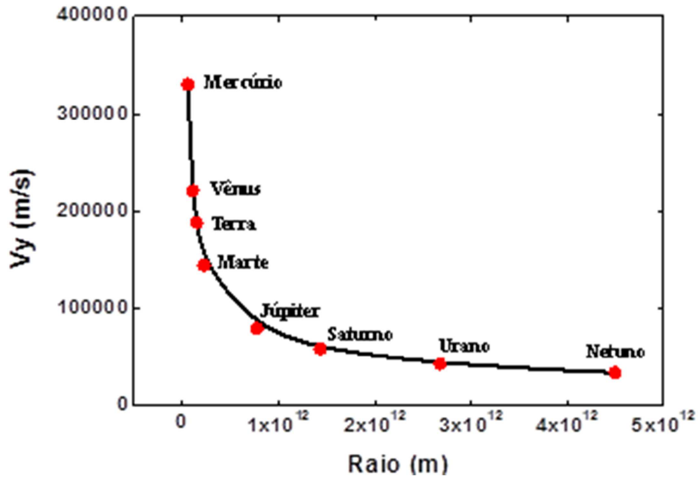

Figura 1 – Velocidade vertical em função do raio das órbitas dos planetas do nosso sistema solar (SCILAB..., 2016).

Com isso, encontramos a velocidade ideal para a simulação real da órbita de todos os planetas no nosso sistema solar. A Figura 2(a) mostra a simulação para os planetas Mercúrio, Vênus, Terra e Marte enquanto a Figura 2(b) para os planetas Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, separando as figuras para uma melhor visualização das órbitas planetárias.

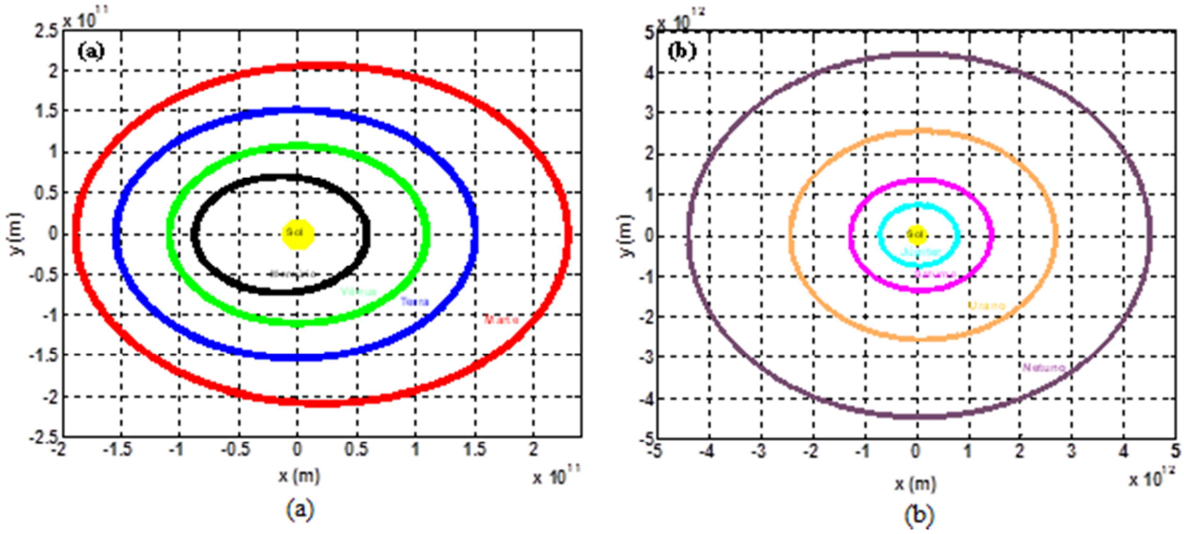

Figura 2 – Simulação computacional das órbitas do nosso sistema solar (SCILAB..., 2016).

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho simulamos as órbitas planetárias do nosso sistema solar usando uma metodologia computacional, estudando as condições necessárias para a estabilidade das órbitas, considerando a excentricidade de cada órbita dos planetas. Baseado neste resultado, observamos a segunda Lei de Kepler que descreve o aumento da velocidade orbital com a diminuição do raio da órbita. Finalmente, o presente trabalho atingiu seu objetivo principal que era proporcionar ao estudante uma visão ampla sobre a Lei da Gravitação Universal de Newton e de métodos computacionais para resolução de equações de movimento.

REFERÊNCIAS

[1] **Astronomy exercise series,** 2016. Disponível em: <http://www.esa.int/Education/Astronomy_exercises>. Acesso em 02/08/2016.

[2] Ganalle, J. B. G. O problema do ensino da órbita da Terra. **Física na Escola**, v.4, p.12-16, 2003.

[3] Bizzo, N. Graves erros de conceitos em livros didáticos de ciência. **Ciência Hoje**, v.121, p.26 -35,1996.

[4] Giordano, N. J., Nakanishi, H. **Computational Physics**. 2. Ed. Prentice Hall, 2000.

[5] **Scilab, version 6.0.0**, Open source software for numerical computation, Disponível em: <http://www.scilab.org/>. Acesso em 01/08/2016.