

## ESTUDO DE LIMITE DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS PARA O ENSINO MÉDIO

Guilherme Ferreira SILVA<sup>1</sup>; Milena Camila ROCHA<sup>2</sup>; Renato Machado PEREIRA<sup>3</sup>

### RESUMO

A proposta do trabalho foi um estudo aprofundado do conceito de função e de limite de funções tendo como objetivo a escrita de um material de nível médio para ajudar os candidatos no processo seletivo dos cursos de ensino superior do Instituto Federal do Sul de Minas. De maneira a atingir ao objetivo, foram realizadas etapas, na primeira houve uma revisão das funções matemáticas desenvolvidas no ensino médio; em seguida, passou-se ao estudo da teoria de limite de funções; a terceira etapa foi um aprofundamento dos conceitos e teorias relacionadas com sequências de números; e por fim o estudo sobre a noção algébrica e geométrica do quociente de funções e o cálculo de limite dessas funções. Todo o estudo foi redigido em forma de paper, gerando um livro sobre noções de limite de funções.

**Palavras-chave:** Funções matemáticas; Limite de funções; Sequências.

### 1. INTRODUÇÃO

O processo seletivo para entrar em um curso de nível superior é uma prova que exige bastante conteúdo, inclusive conteúdos que não fazem parte do currículo básico de um curso técnico integrado ao ensino médio. Desse modo, os alunos precisam ficar muito atentos aos editais de vestibulares para saber o que estudar e como se preparar para as provas.

Em particular, a proposta do processo seletivo do Instituto Federal do Sul de Minas (IFSULDEMINAS) apresentada no manual do candidato no tópico “22.2 Conteúdos para a Prova de Matemática” afirma:

As questões de Matemática terão como objetivo avaliar a compreensão dos conceitos matemáticos e sua aplicabilidade a situações concretas e abstratas. Espera-se que o candidato possua um domínio eficiente da linguagem matemática e que demonstre capacidade de traduzir para essa linguagem problemas formulados de forma coloquial. (COPESE, 2015).

---

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Muzambinho. Muzambinho/MG, email: guiferrsilva98@gmail.com;

<sup>2</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Muzambinho. Muzambinho/MG, email: milenivas@hotmail.com;

<sup>3</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Muzambinho. Muzambinho/MG, email: renato.pereira@muz.ifsulde Minas.edu.br;

E apresenta como conteúdo do vestibular:

**NOÇÕES DE LIMITES:**

Noção de limite de uma sequência de números; Soma de infinitos termos de uma progressão geométrica; Limites de quocientes de funções elementares quando a variável tende a zero. (COPESE, 2015).

Assim, o manual do candidato demonstra a necessidade do aluno de nível médio ser capaz de saber usar a linguagem matemática em problemas diversos do cotidiano. Em particular, saber usar a linguagem própria da análise matemática. Assim, é importante para os alunos concluintes do ensino médio a complementação das aulas normais com a iniciação científica focada em assuntos não abordados no currículo do ensino médio, como as “noções de limite de funções”.

O conteúdo limite de funções matemáticas é um assunto abordado no curso de Cálculo Diferencial e Integral 1, que em geral aparece no currículo do ensino superior das áreas de exatas. O estudo de limites visa estabelecer o comportamento de uma função numa vizinhança de um ponto (que pode ou não pertencer ao domínio da função) (STEWART, 2011). Como tal apresenta uma linguagem própria que necessita de uma boa interpretação geométrica para, então, facilitar o aprendizado algébrico.

Assim, o trabalho proporcionou um conhecimento aprofundado em áreas fundamentais da matemática, que serão necessárias para o vestibular do IFSULDEMINAS, e resultou na redação de um material de nível médio sobre o assunto “noções de limite de funções”.

## **2. MATERIAL E MÉTODOS**

O trabalho desenvolveu um estudo aprofundado do conceito de função e limite de funções visando escrever um material de nível médio capaz de suprir os conteúdos do vestibular do Instituto Federal do Sul de Minas.

As etapas da pesquisa se dividiram em:

- a) Estudo do conceito de função matemática: buscou-se desenvolver o domínio do conceito de função matemática, em particular, de sua interpretação geométrica e algébrica.
- b) Revisão das funções matemáticas: retomaram-se as funções matemáticas desenvolvidas no ensino médio, tais como: função do 1º e 2º grau, função exponencial, função logarítmica, funções trigonométricas, etc.
- c) Estudo do conceito de limite de funções: estudou-se a teoria de limite de funções.

d) Estudo do limite de uma sequência de números: aprofundou-se os conceitos e teorias relacionadas com sequências de números, tais como a representação algébrica de uma soma de progressão algébrica e geométrica e a soma infinita de uma progressão geométrica. E estudo do cálculo de limite dessas representações algébricas.

e) Estudo do limite do quociente de funções: estudou-se sobre a noção algébrica e geométrica do quociente de funções e o cálculo de limite dessas funções.

f) Escrita de um material sobre os assuntos estudados: esta etapa fecha toda a pesquisa com a produção de um paper matemático sobre os assuntos abordados por um grupo de alunos dos técnicos integrados ao ensino médio do IFSULDEMINAS Campus Muzambinho.

Com esta finalidade o desenvolvimento do trabalho foi baseado na leitura dos livros, discussão com o orientador e escrita dos materiais estudados. A atenção inicial esteve voltada para os livros sobre os fundamentos do cálculo diferencial de Medeiros et al. (2010) e fundamentos de matemática do Iezzi (1983); Em seguida, o estudo avançou para autores que tratam da teoria de Limites de Funções, tais como: Flemming (2006), Stewart (2011) e Thomas (2011); e quando necessário buscou-se diálogos com outros clássicos pertinentes na discussão. E, por fim, houve a escrita de um material didático sobre limite de funções.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O resultado do trabalho foi a produção de um paper de 26 páginas que descreve desde os conjuntos numéricos, passando pela ideia de função até a definição de limite de funções. Os tópicos abordados foram: Conjuntos numéricos; Relação;

- **Limite de uma sequência**

Informalmente, podemos dizer que uma sequência tem limite  $L$  (converge para  $L$ ), se a partir de um certo índice todos os termos da sequência de aproximam cada vez mais de  $L$ . Escrevemos:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$$

Limite      n tendendo ao infinito.

Intuitivamente,  $L$  é o limite de uma sequência, quando os termos da mesma aproximam-se cada vez mais de  $L$ , quando  $n \rightarrow \infty$ .

*Exemplos:*

1) Seja a sequência  $\left\{ \frac{n}{2n+1} \right\}$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2}$ , pois

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{\infty}} = \frac{1}{2+0} = \frac{1}{2}$$

colocando  $n$  em evidência

2) Seja a sequência  $\left\{ \frac{3}{n-1} \right\}$ , então  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n-1} = 0$ , pois

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n-1} = \frac{3}{\infty-1} = \frac{3}{\infty} = 0$$

**Todo número dividido por  $\infty$  é 0.**

Figura 1: Tópico Sequência, p.16-17.

Conceito de função; Gráfico de função; Domínio e Imagem; Funções: 1º grau, 2º grau, exponencial, logarítmica; Sequências; Limite de funções. O paper está disponível no link:

<http://presencial.muz.ifsuldeminas.edu.br/mod/resource/view.php?id=13562> (acesse como visitante).

Para exemplificar, apresenta-se um trecho de um tópico que é dedicado ao limite de sequências na Figura 1.

#### 4. CONCLUSÕES

Procurando conhecer um pouco mais a matemática, os membros do trabalho buscaram estudar a teoria limite de funções. Desse modo, os membros desenvolveram um estudo aprofundado do conceito de função e limite de funções e escreveram um material de nível médio capaz de suprir os conteúdos do vestibular do Instituto Federal do Sul de Minas que não estão contemplados no currículo do ensino médio. Embora não seja assunto abordado na educação básica, o estudo de limite de funções é de grande utilidade para o aluno que ingressar no ensino superior na área de exatas.

Enfim, tratou-se de um estudo motivante que exigiu toda uma retomada de conhecimentos de assuntos da matemática do ensino médio para a construção de resultados interessantes da análise matemática.

#### REFERÊNCIAS

COPESE. **Manual Do Candidato Campus Muzambinho**: Processo Seletivo 2015/ 2º Semestre Cursos Superiores. Disponível em: <  
<https://vestibular.ifsuldeminas.edu.br/attachments/article/227/Manual%20do%20candidato%20Cursos%20Superiores%202015-2%20Muzambinho.pdf>>. Acesso em 5 de dezembro de 2015.

FLEMMING, D. M. **Cálculo A**. 6 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar**. 3 ed. São Paulo: Atual Editora, 1983.

MEDEIROS, V. Z. et al. **Pré-Cálculo**. 2 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

STEWART, J. **Cálculo**. v.1. 6 ed. São Paulo: Cengage, 2011.

THOMAS, G. B. **Cálculo**. v.1. 11 ed. São Paulo: Addison Wesley, 2011.