



UMA ANÁLISE PARA O MAPA LOGÍSTICO PERTURBADO

Anderson SILVA¹; Fábio H. COSTA²; Joelson D. V. HERMES³; Flávio H. GRACIANO⁴

RESUMO

O presente trabalho busca implementar no mapa logístico uma perturbação e com isso poder investigar e compreender as possíveis alterações causadas na dinâmica do sistema. Simulações foram feitas a fim de analisar quais os efeitos dessa perturbação. Percebemos que as propriedades dinâmicas do mapeamento proposto também eram sensíveis às condições iniciais impostas.

Palavras-chave: Sistemas não-lineares; Caos; Perturbação.

1. INTRODUÇÃO

O Mapa Logístico vem se destacando nos últimos anos como um tema amplamente estudado por diversos estudiosos e pesquisadores, mapa este que descreve o comportamento típico de muitos sistemas dinâmicos e também possui aplicações em biologia, matemática, física e também outras áreas (FIEDLER-FERRARA, 1994).

O principal foco da pesquisa consiste em considerar o mapa logístico e introduzir uma perturbação no modelo com principal objetivo de investigar o comportamento desse mapa após ser feitas variações nas condições iniciais e na perturbação.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O Mapa logístico é uma equação determinística, ou seja, sua situação futura será determinada pelas condições presentes. O que chamou a atenção de May foi o fato de que o comportamento deste mapa varia radicalmente para diferentes valores de R . O comportamento desse sistema passa de periódico a caótico devido às pequenas variações de R (MAY, 1976). Tal mapa é descrito da seguinte forma:

$$x_{n+1} = Rx_n(1 - x_n), \quad (1)$$

onde x_n é o número de indivíduos na n -ésima geração, e R é o parâmetro de controle.

1-IFSULDEMINAS: andersonantsilva1@gmail.com

2-IFSULDEMINAS: fhc961@hotmail.com

3-IFSULDEMINAS: joelson.hermes@ifsuldeminas.edu.br

4-IFSULDEMINAS: flavio.graciano@ifsuldeminas.edu.br



O mapa logístico perturbado considerado neste trabalho é escrito como:

$$x_{n+1} = F_n(x_n) = R_n x_n (1 - x_n), \quad (2)$$

onde $R_n = R + \varepsilon f(n)$, $x \in [0,1]$ e ε é um número bem pequeno e $f(n)$ é uma função periódica (LEONEL, 2001). Para $\varepsilon=0$ temos o mapa logístico convencional e para $\varepsilon \neq 0$, temos o mapa logístico dependente do tempo. À medida que o parâmetro R varia, os atratores podem aparecer ou mudar sua estabilidade. Como R oscila entre dois valores $R(1 + \varepsilon)$ e $R(1 - \varepsilon)$, o mapa logístico terá dois pontos fixos também periódico no tempo (n) (LEONEL, 2001).

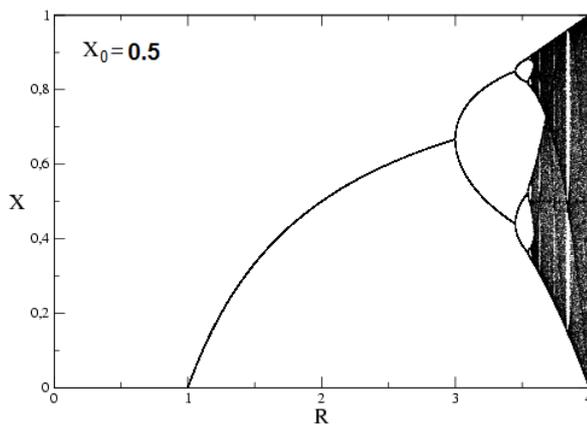


Figura 1: Diagrama de bifurcação do mapa logístico.

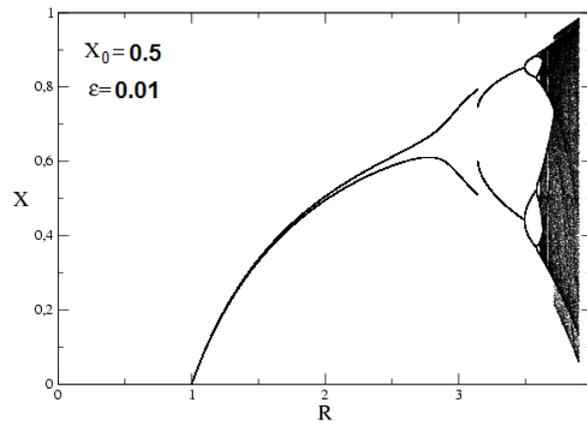


Figura 2: Diagrama de bifurcação do mapa logístico perturbado.

3. MATERIAL E MÉTODOS

No decorrer do trabalho para se obter os dados foram feitas simulações numéricas e em seguida usado um software gráfico para plotar os diagramas, o que possibilitou fazer uma interpretação dos dados obtidos e conseqüentemente analisar comportamento do sistema.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Considerando a equação do Mapa Logístico Perturbado $x_{n+1} = F_n(x_n) = R_n x_n (1 - x_n)$, foram feitas diferentes simulações onde variamos os valores de ε e também as condições iniciais X_0 , com o intuito de poder investigar os efeitos da perturbação no mapa e ver quais seriam as mudanças causadas na dinâmica do sistema decorrentes dessas variações.

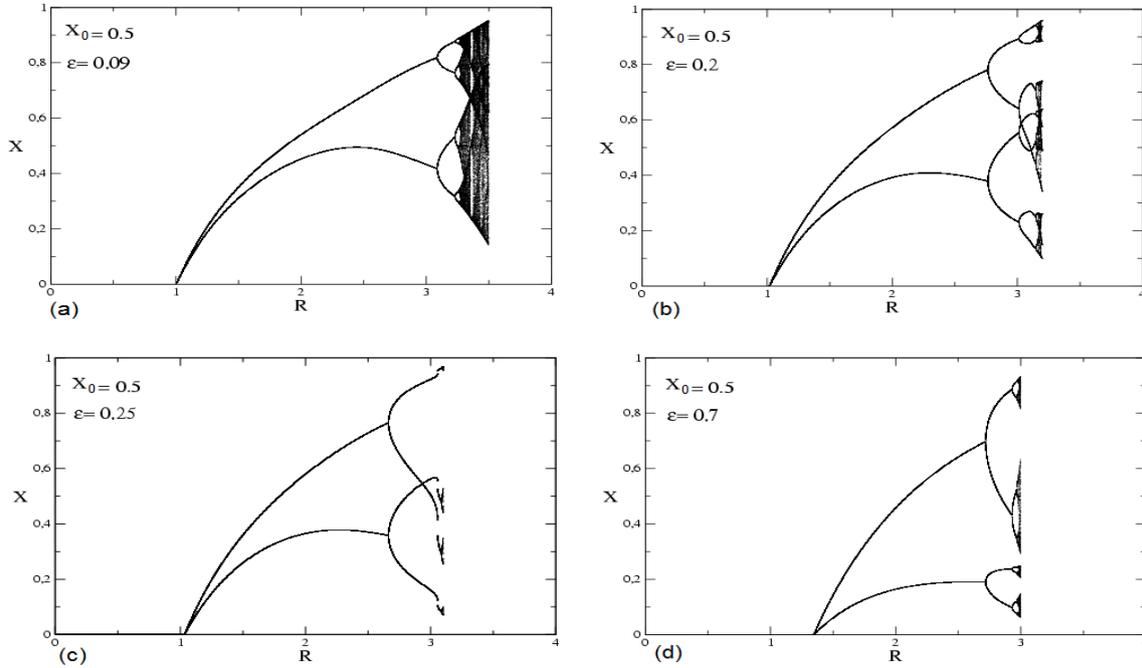


Figura 3: diagrama de bifurcação do Mapa Logístico Perturbado: (a) $X_0 = 0.5$ e $\varepsilon = 0.09$; (b) $X_0 = 0.5$ e $\varepsilon = 0.2$ (c) $X_0 = 0.5$ e $\varepsilon = 0.25$; (d) $X_0 = 0.5$ e $\varepsilon = 0.7$.

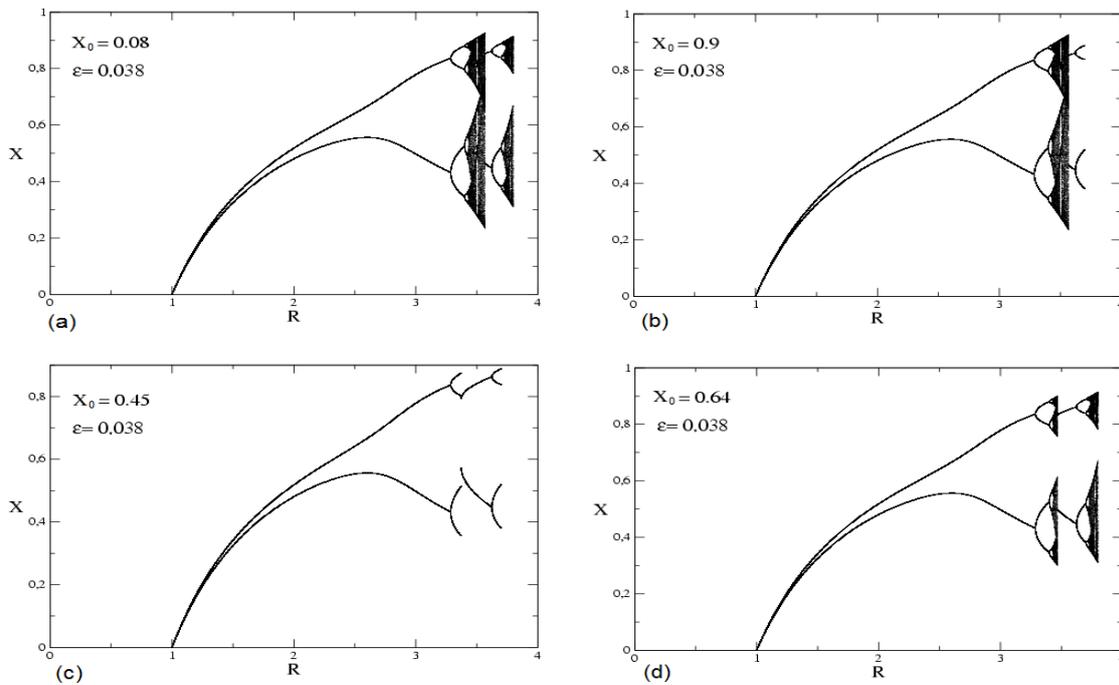


Figura 4: Diagrama de bifurcação do Mapa Logístico Perturbado: (a) $X_0 = 0.08$ e $\varepsilon = 0.038$; (b) $X_0 = 0.9$ e $\varepsilon = 0.038$; (c) $X_0 = 0.45$ e $\varepsilon = 0.038$; (d) $X_0 = 0.64$ e $\varepsilon = 0.038$.



Após as simulações variando X_0 e ε percebemos que diferentemente do mapa logístico convencional, o mapa perturbado é sensível às condições iniciais, ou seja, o diagrama sofre alterações para diferentes valores de X_0 , como pode ser observado na Figura 4. Na figura 3 podemos notar que conforme fomos variando ε foi havendo uma diminuição na região caótica, já na Figura 4 o que chamou a atenção foi o fato de que ao variar a condição inicial $X_0 = 0.9$ para $X_0 = 0.45$ houve um desaparecimento da região caótica, e ao variar $X_0 = 0.45$ para $X_0 = 0.64$ a parte caótica novamente apareceu, isso indica que pode haver um valor crítico de X_0 para o qual ocorre uma transição. Pretendemos em trabalhos futuros investigar melhor esse comportamento, uma vez que na literatura ainda não há nada falando a respeito de tal mudança.

5. CONCLUSÕES

O estudo feito para o Mapa Logístico perturbado através das variações dos parâmetros proporcionou uma comparação com o Mapa Logístico Convencional, o que nos permitiu concluir que o Mapa Logístico Perturbado é sensível às condições iniciais e, além disso, ocorre a destruição da região caótica à medida que aumentamos a perturbação do mapa, ou seja, o valor do parâmetro ε .

AGRADECIMENTOS

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas - campus Inconfidentes.

Grupo de Pesquisa em Dinâmica Não Linear da Unesp - Rio Claro.

NIPE – Núcleo Institucional de Pesquisa e Extensão IFSULDEMINAS – campus Inconfidentes.

REFERÊNCIAS

FIEDLER-FERRARA, N.; DO PRADO, C. P. C. Caos uma introdução. Editora Edgar Blücher LTDA, 1994.

LEONEL D. E **Transients in a time-dependent logistic map**. Physica A, 295 (2001) 280-284.

LEONEL D. E. **Fundamentos de Física Estatística**. São Paulo: Blucher, 2015.