



ESTUDO DO MAPA HASSELL: Uma análise da influência dos parâmetros.

Fábio COSTA¹; Anderson A.A. SILVA²; Joelson D. V. HERMES³; Flávio H. GRACIANO⁴

RESUMO

Os estudos sobre sistemas dinâmicos vêm se tornando um assunto muito estudado e divulgado nos dias atuais. O presente estudo visa analisar a sensibilidade do mapa Hassell com relação à variação dos parâmetros a e γ . Tal estudo é feito através de simulações numéricas e análise dos diagramas de bifurcações para diferentes valores desses parâmetros.

Palavras-chave: Mapa Unidimensional; Sistemas não-lineares; Caos.

1. INTRODUÇÃO

O interesse pelo estudo de sistemas não-lineares vem crescendo ao longo das últimas décadas, contribuindo para o entendimento da dinâmica de problemas de diversas áreas, tais como Biologia, Matemática, Física, dentre outras (BASCOMPTE, 1994). Geralmente esses sistemas apresentam-se por meio de mapeamentos, neste trabalho nos restringimos a estudar apenas um desses mapas, o mapa Hassell.

O modelo de Hassell, Lawton e May (1994) trouxe consigo o intuito de responder diversas questões tanto das ciências biológicas quanto da matemática e também da física. Enquanto se buscava entender a complexidade da biologia populacional e dos sistemas naturais, grandes perguntas rodeavam os estudiosos da época. As equações diferenciais criadas muitas das vezes apresentam gráficos complexos, dificultando a análise dos resultados, por isso o estudo através de mapas se torna cada vez mais importante (THUNBERG, 2001).

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O mapa Hassell é um mapa unidimensional não-linear discreto definido pela equação:

$$N_{n+1} = \frac{rN_n}{(1 + aN_n)^\gamma}, \quad (1)$$

onde a , r e γ são parâmetros de controle.

Variando os valores de a e γ podemos notar através do diagrama de órbitas que uma sequência de bifurcações nos leva a um regime caótico, porém a forma com que isso acontece

1 IFSULDEMINAS – fhc961@hotmail.com

2 IFSULDEMINAS – andersonantsilva1@gmail.com

3 IFSULDEMINAS – joelson.hermes@ifsuldeminas.edu.br

4 IFSULDEMINAS – falvio.graciano@ifsuldeminas.edu.br



depende desses parâmetros, com isso pretendemos através de simulações numéricas variar tais parâmetros e analisar o que essas mudanças afetam na dinâmica do sistema e consequentemente em seu diagrama de órbitas. A Figura 1 apresenta o diagrama de bifurcações do mapa Hassel descrito pela equação (1), para $a = 1$ e $\gamma = 6$ e uma condição inicial $N_0 = 0,1$ (MENDONÇA, 2017).

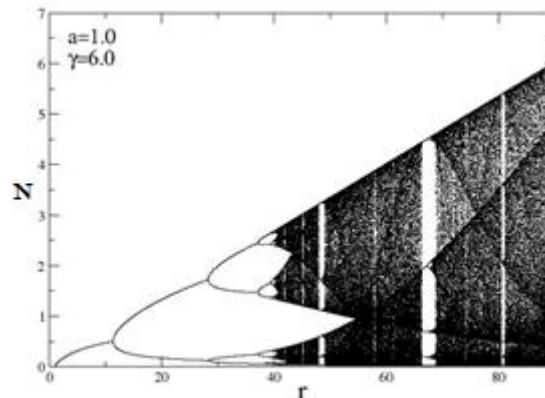


Figura 1: Diagrama de órbitas para o mapa Hassell com $a = 1$, $\gamma = 6$ e $N_0 = 0,1$.

3. MATERIAL E MÉTODOS

Os dados foram obtidos após simulações numéricas e com a ajuda do software foi possível analisar os gráficos e minuciosamente coletar os resultados necessários para a conclusão do trabalho. Analisar a evolução do sistema e a variação dos parâmetros de controle possibilita uma discussão sobre o comportamento do gráfico após serem feitas variações nas condições iniciais.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente mantivemos o parâmetro a fixo e variamos o parâmetro γ , os resultados obtidos são mostrados na Figura 2. É possível perceber que à medida que diminuimos os valores de γ a região caótica ocorre para valores de r cada vez maiores.

Num segundo momento deixamos γ fixo e variamos o valor de a , o que resultou nos diagramas apresentados na Figura 3. Nota-se que a variação desse parâmetro não proporcionou uma mudança significativa ao diagrama de bifurcações uma vez que a cascata de bifurcações que leva ao caos aconteceu praticamente para os mesmo valores de r , a única mudança possível de perceber foi uma diminuição da distância entre cada um dos ramos das bifurcações de duplicação de período, provocando uma espécie de “achatoamento” do diagrama, mas a dinâmica de um modo geral se manteve a mesma.



9ª Jornada Científica e Tecnológica do IFSULDEMINAS

6º Simpósio da Pós-Graduação

ISSN 2319-0124

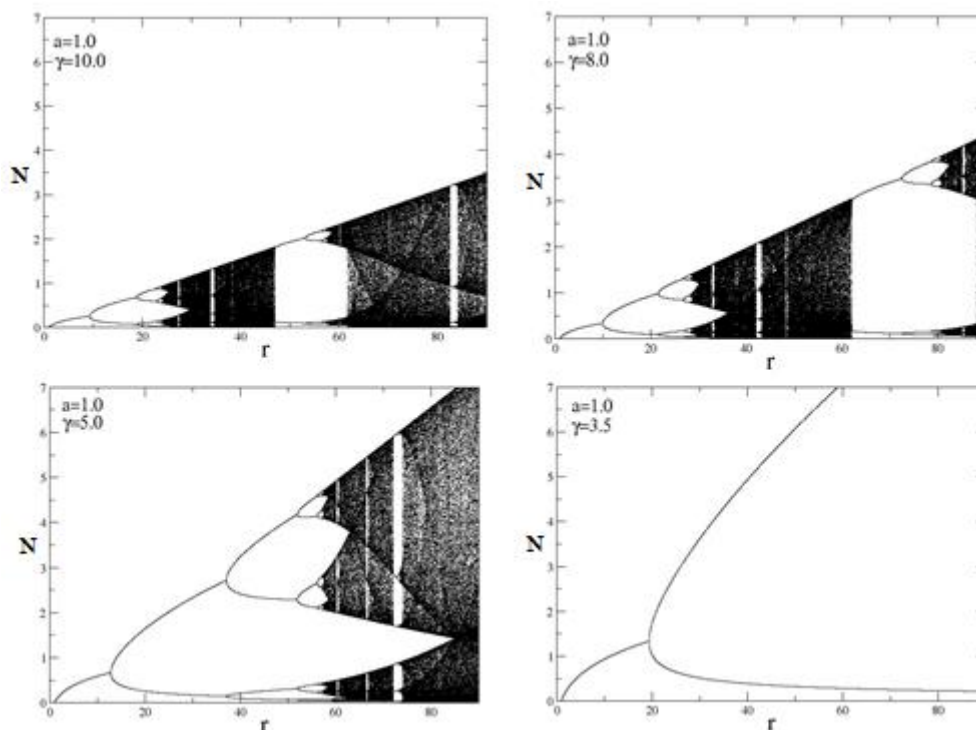


Figura 2: Diagrama de órbitas do mapa Hassel para (a) $a = 1$ e $\gamma = 10$ (b) $a = 1$ e $\gamma = 8$ (c) $a = 1$ e $\gamma = 5$ (d) $a = 1$ e $\gamma = 3,5$.

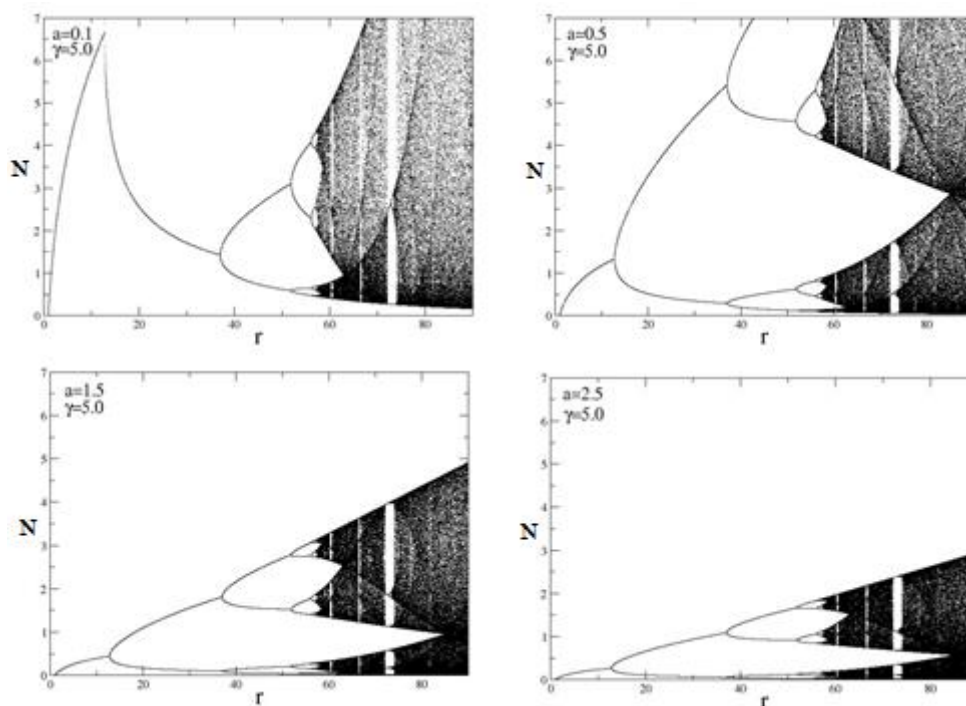


Figura 3: Diagrama de órbitas do mapa Hassel para (a) $a = 0,1$ e $\gamma = 5,0$ (b) $a = 0,5$ e $\gamma = 5,0$ (c) $a = 1,5$ e $\gamma = 5,0$ (d) $a = 2,5$ e $\gamma = 5,0$



9ª Jornada Científica e Tecnológica do IFSULDEMINAS

6º Simpósio da Pós-Graduação

ISSN 2319-0124

5. CONCLUSÕES

Percebemos que o parâmetro γ tem uma influência maior na dinâmica do mapa Hassell, uma vez que ao sofrer alterações elas afetam diretamente os pontos onde ocorrem as bifurcações e consequentemente as regiões caóticas. Sendo assim em nossos trabalhos futuros envolvendo esse mapa devemos dar uma atenção maior a esse parâmetro.

AGRADECIMENTOS

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas - campus Inconfidentes.

NIPE - Núcleo Institucional de Pesquisa e Extensão IFSULDEMINAS – campus Inconfidentes.

Grupo de Pesquisa em Dinâmica Não Linear da Unesp- Rio Claro.

REFERÊNCIAS

BASCOMPTE, Jordi; SOLÉ, Ricardo V.. SPATIALLY INDUCED BIFURCATIONS IN SINGLE-SPECIES POPULATION DYNAMICS. **Journal Of Animal Ecology**. Barcelona, p. 256-264. 01 abr. 1994.

MENDONÇA, Hans Muller Junho de; OLIVEIRA, Prof. Dr. Juliano Antônio de. **PROPRIEDADES DE ESCALA E CASCATAS DE BIFURCAÇÕES EM MAPAS UNIDIMENSIONAIS DISCRETOS**. Rio Claro: Fapesp, 2017. 28 p.

THUNBERG, Hans. PERIODICITY VERSUS CHAOS IN ONE-DIMENSIONAL DYNAMICS. **Society For Industrial And Applied Mathematics**. Canadá, p. 03-30. 02 fev. 2001.