9ª Jornada Científica e Tecnológica do IFSULDEMINAS
6º Simpósio da Pós-Graduação
ISSN 2319-0124

# ESTUDO DE UM POÇO DE POTENCIAL DEPENDENTE PERIODICAMENTE DO TEMPO

**Karine F. SILVA[1]; Flávio H. GRACIANO[2]; Joelson D. V. HERMES[3]; Daniel A. PRATES[4]**

## RESUMO

Neste trabalho investigamos a dinâmica de uma partícula confinada no interior de uma caixa de potenciais infinitos nas bordas e contendo um poço de potencial cujo fundo é dependente periodicamente do tempo. Encontramos um mapeamento e um espaço de fase do tipo misto, contendo uma região caótica, ilhas KAM e curvas invariantes (região de estabilidade) para o modelo em questão. Vimos que, se uma condição inicial é dada no mar de caos jamais ultrapassa as curvas invariantes ou visita o interior de uma ilha.

**Palavras-chave:** poço de potencial, caos, ilhas KAM

## 1. INTRODUÇÃO

O problema do poço de potencial dependente periodicamente do tempo consiste de uma partícula clássica de massa $m$ submetida a diferentes tipos de potencias dependendo da região em que esteja, tendo ganhos ou perdas de energia cinética. Temos um esquema do modelo (Figura 1), onde a base do poço de potencial se move periodicamente no tempo. O poço se encontra dentro de uma caixa com potenciais infinitos nas bordas (COSTA 2011).

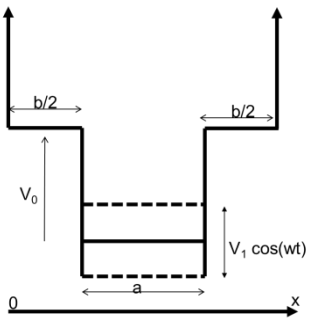


**Figura (1) Poço de Potencial**

Para esse modelo a energia $V(x,t)$ é dada por:

1 Graduanda em Matemática - IFSULDEMINAS – karinefsilva2010@hotmail.com
2 Docente - IFSULDEMINAS – flavio.graciano@ifsuldeminas.edu.br
3 Docente - IFSULDEMINAS – Joelson.hermes@ifsuldeminas.edu.br
4 Docente - IFSULDEMINAS – daniel.prates@ifsuldemina.edu.br

ISSN 2319-0124

$$V(x,t) = \begin{cases} \infty, se\ x \leq 0\ ou\ x \geq (a+b) \\ V_0, se\ 0 < x < \frac{b}{2}\ ou\ \left(a+\frac{b}{2}\right) < x < (a+b) \\ V_1 \cos(wt), se\ \frac{b}{2} \leq x \leq \left(a+\frac{b}{2}\right) \end{cases},$$

onde $a, b, V_0, V_1\ e\ w$ são constantes.

A dinâmica do sistema se inicia quando a partícula de massa $m$ está prestes a entrar no poço de potencial oscilante em $x = \frac{b}{2}$ com uma energia $E_n$ em um instante $t_n$. Ao entrar no poço a partícula sofre uma mudança abrupta em sua energia cinética. Ao chegar em $x = \left(a+\frac{b}{2}\right)$, se a partícula não tem energia suficiente para escapar do poço, ela sofre $i$ reflexões sucessivas até que tenha uma energia $E_n' > V_0$ e consiga deixar o poço.

Uma vez que a partícula escapou do poço oscilante, ela irá viajar em direção a uma das bordas da caixa que tem potencial infinito, sofrerá uma colisão elástica e retornará em direção ao poço oscilante. Imediatamente antes de entrar no poço novamente, o corpo terá uma nova energia $E_{n+1}$ em um instante $t_{n+1}$.

Encontramos para esse modelo um mapeamento escrito em variáveis adimensionais (LEONEL, 2015) dado por:

$$T = \begin{cases} e_{n+1} = e_n + \delta[\cos(\emptyset_n + i\Delta\emptyset_a) - cos\emptyset_n \\ \emptyset_{n+1} = \emptyset_n + i\Delta\emptyset_a + \emptyset_b \mod 2\pi \end{cases}$$, onde $i$ o menor inteiro tal que

$$e_n + \delta[\cos(\emptyset_n + i\Delta\emptyset_a) - \cos(\emptyset_n)] > 1$$

$\Delta\emptyset_a\ e\ \Delta\emptyset_b$ são dados por:

$$\Delta\emptyset_a = \frac{2\pi N_c}{\sqrt{e_n - \delta\cos(\emptyset_n)}} \quad \text{e} \quad \Delta\emptyset_b = \frac{2\pi N_c r}{\sqrt{e_{n+1} - 1}},$$

onde $r$, $N_c$ e $\delta$ são parâmetros (valores ajustáveis para o estudo da dinâmica do modelo) de controle.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

ISSN 2319-0124

Para o desenvolvimento do trabalho, desenvolvemos um algoritmo na linguagem Fortran e estudamos a evolução da dinâmica do sistema no tempo. O Fortran gera uma tabela de valores que pode ser interpretada pelo programa *xmgrace* e ser gerados os gráficos para análises.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após plotarmos o gráfico que descreve a dinâmica do sistema (Figura 2), encontramos um espaço de fases do tipo misto contendo mar de caos, ilhas KAM e curvas invariantes (FERRARA, 1994). Podemos observar a presença de regiões caóticas, regiões com comportamento periódicos e regiões com comportamento quase-periódicos. Esse espaço de fases é divido em duas regiões pela primeira curva invariante do tipo spanning, abaixo dessa curva temos uma região de baixa energia onde

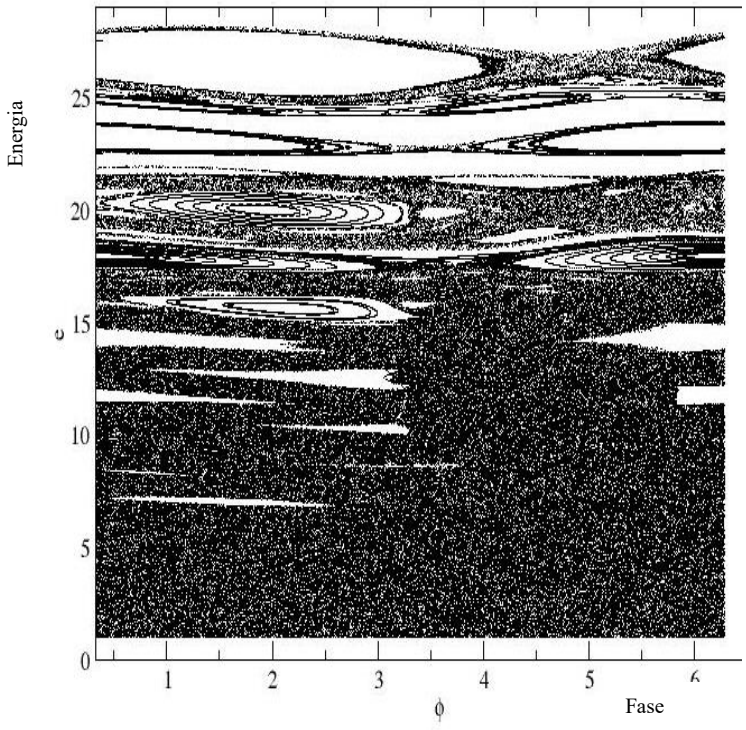


**Figura (2) Espaço de faces de um Poço de Potencial periodicamente dependente do tempo nas variáveis**

encontramos ilhas imersas em um mar de caos, acima entramos uma região que é composta

ISSN 2319-0124

basicamente por curvas invariantes e pequenas regiões caóticas. Vimos que neste mapeamento, se uma condição inicial é dada no mar de caos jamais chega na região de estabilidade ou no interior de uma ilha.

## 4. CONCLUSÕES

Neste trabalho estudamos um poço de potencial com o fundo oscilante dependente do tempo. Vimos que essa partícula pode perder ou ganhar energia cinética, dependo da posição em que se encontra. A dinâmica do sistema foi descrita utilizando um mapeamento bidimensional nas variáveis energia e fase. Mostramos também que o espaço de fases para o sistema estudado é do tipo misto, com regiões caóticas, periódicas e quase periódicas.

## AGRADECIMENTOS

IFSULDEMINAS – *Campus* Pouso Alegre, Grupo de Pesquisa em Dinâmica Não-Linear da Unesp-Rio Claro.

## REFERÊNCIAS

COSTA, D. R. C. **Transições de Fase nas Dinâmicas de Uma Partícula se Movendo em Um Poço ou Barreira de Potencial Dependentes Periodicamente do Tempo,** 2011. 45 pág. Dissertação de Mestrado, Departamento De Física Da Unesp. Rio Claro, 2011.

FERRARA, F. N. **Caos uma Introdução**. Editora Edgar Blucher Ltda, 1994. 402 pág.

LEONEL, E.D. **Fundamentos de Física Estatística**. Blucher, 2015. 418 pág.