



ESTUDO DO COMPORTAMENTO DA ENERGIA QUADRÁTICA MÉDIA PARA UM POÇO DE POTENCIAL DEPENDENTE DO TEMPO

Flavio H. GRACIANO¹; Joelson D. V. HERMES², Daniel A. PRATES³

RESUMO

Neste trabalho encontramos a equação da energia quadrática média para a dinâmica de uma partícula confinada no interior de uma caixa de potenciais infinitos nas bordas e contendo um poço de potencial cujo fundo é dependente periodicamente do tempo. Investigamos a evolução dessa energia no tempo e estudamos suas propriedades estatísticas e de transporte para um conjunto de condições iniciais dadas no mar de caos.

Palavras-chave: Energia, Invariante de Escala, leis de escala

1. INTRODUÇÃO

O problema do poço de potencial dependente periodicamente do tempo se constitui de uma partícula clássica de massa m submetida a diferentes tipos de potenciais dependendo da região em que se encontra, podendo ganhar ou perder de energia cinética. Temos um esquema do modelo (Figura 1), onde a base do poço de potencial se movimentava periodicamente no tempo. O poço se encontra dentro de uma caixa com potenciais infinitos nas bordas (Costa 2011).

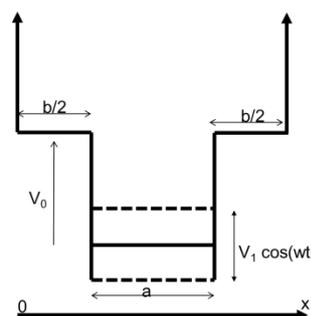


Figura (1) Poço de Potencial

Para esse modelo a energia $V(x, t)$ é dada por:

1 IFSULDEMINAS – flavio.graciano@ifsuldeminas.edu.br

2 IFSULDEMINAS – Joelson.hermes@ifsuldeminas.edu.br

3 IFSULDEMINAS – daniel.prates@ifsuldeminas.edu.br



$$V(x, t) = \begin{cases} \infty, \text{ se } x \leq 0 \text{ ou } x \geq (a + b) \\ V_0, \text{ se } 0 < x < \frac{b}{2} \text{ ou } (a + \frac{b}{2}) < x < (a + b), \\ V_1 \cos(wt), \text{ se } \frac{b}{2} \leq x \leq (a + \frac{b}{2}) \end{cases}$$

onde a, b, V_0, V_1 e w são constantes.

Encontramos para esse modelo um mapeamento escrito em variáveis adimensionais (LEONEL, 2015) dado por:

$$T = \begin{cases} e_{n+1} = e_n + \delta[\cos(\phi_n + i\Delta\phi_a) - \cos\phi_n \\ \phi_{n+1} = \phi_n + i\Delta\phi_a + \phi_b \text{ mod } 2\pi \end{cases}, \quad 1$$

onde i é o menor inteiro tal que

$$e_n + \delta[\cos(\phi_n + i\Delta\phi_a) - \cos(\phi_n)] > 1 \quad 2$$

$\Delta\phi_a$ e $\Delta\phi_b$ são dados por:

$$\Delta\phi_a = \frac{2\pi N_c}{\sqrt{e_n - \delta \cos(\phi_n)}} \quad \text{e} \quad \Delta\phi_b = \frac{2\pi N_c r}{\sqrt{e_{n+1} - 1}}, \quad 3$$

onde r, N_c e δ são parâmetros de controle.

Através da equação (1), definimos e estudamos a energia quadrática média.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para o desenvolvimento deste trabalho, primeiramente precisamos encontrar a equação da energia quadrática média (LIVORATI, 2015). Elevando a equação da energia (primeira linha de (1)) ao quadrado e tirar a média em todos os termos.

$$\overline{e_{n+1}^2} = \overline{e_n^2 + 2e_n \delta [\cos(\phi_n + i\Delta\phi_a) - \cos(\phi_n)]} - \delta^2 [\overline{\cos^2(\phi_n + i\Delta\phi_a)} - 2\overline{\cos(\phi_n)\cos(\phi_n + i\Delta\phi_a)} + \overline{\cos^2\phi_n}]. \quad 4$$

como $\overline{\cos\phi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos\phi \, d\phi = 0$ e $\overline{\cos^2\phi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2\phi \, d\phi = \frac{1}{2}$, encontramos:

$$\delta^2 = \overline{e_{n+1}^2} - \overline{e_n^2}$$



Transformando essa equação de diferenças em uma equação diferencial teremos a integral definida, obtemos:

$$\int_{e_o}^{e_n} d\bar{e}^2 = \int_0^n \delta^2 dn \quad 6$$

Resolvendo essa integral teremos:

$$\bar{e}_n^2 = e_o^2 + \delta^2 n \quad 7$$

Definindo $e_{RMS}(n) = \sqrt{\bar{e}_n^2}$ e fazendo considerações convenientes ao sistema teremos:

$$e_{RMS}(n) = [\delta^2 n]^{1/2} \quad 8$$

A energia quadrática média, definida na equação (8), foi nosso objeto de estudo neste trabalho.

3. MATERIAL E MÉTODOS

Para o desenvolvimento do trabalho, desenvolvemos um algoritmo na linguagem Fortran e estudamos a evolução da energia quadrática média. Os gráficos foram plotados com o uso do programa *Xmgrace*.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Estudamos as propriedades da energia quadrática média (e_{RMS}). Para tempos curtos, vimos que essa grandeza é crescente caracterizada por uma lei de potência, após um regime de *crossover*, as curvas convergem para um platô de saturação para tempos longos (figura 2). Tal regime, se mostrou invariante de escala para o modelo em questão.

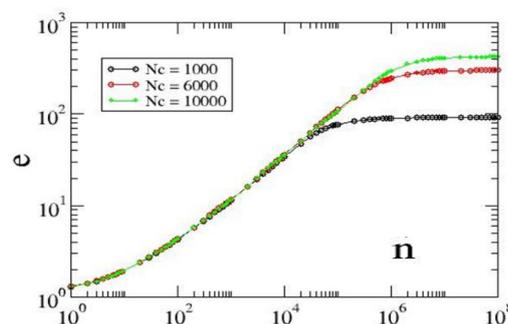


Figura (2) Curvas de e_{RMS} para três diferentes valores de N_c , onde N_c é um parâmetro de controle do mapeamento.



9ª Jornada Científica e Tecnológica do IFSULDEMINAS

6º Simpósio da Pós-Graduação

ISSN 2319-0124

O comportamento mostrado da Figura (2) permite usar três hipóteses de escala, considerando n_x o *crossover* de saturação: a primeira para $n \ll n_x$, onde as curvas de crescimento são descritas por $e_{Rms} \sim [n\delta^2]^\beta$, a segunda para $n \gg n_x$, onde $e_{sat} \sim N_c^\alpha$ e a terceira $n_x \sim N_c^z$. Para essas hipóteses encontramos que $\beta \cong 1/2$, que $\alpha \cong 2/3$ e que $z = \frac{\alpha}{\beta}$, conseqüentemente $z \cong \frac{4}{3}$. Esses resultados permitem concluir que as curvas e_{Rms} Vs. n , conforme a Figura (2) são invariantes de escala.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho encontramos a expressão da energia quadrática média para o mapeamento de um poço de potencial dependente do tempo. Vimos que essa grandeza cresce obedecendo uma lei de potência para tempos curtos, passa por um *crossover* e satura para tempos longos. Com os resultados encontrados concluímos que as curvas do gráfico e_{Rms} Vs. n são invariantes de escala.

AGRADECIMENTOS

IFSULDEMINAS – Campus Pouso Alegre, Grupo de Pesquisa em Dinâmica Não-Linear da Unesp-Rio Claro.

REFERÊNCIAS

COSTA D. R. C. Dissertação de Mestrado – Departamento De Física Da Unesp – Rio Claro. Fev, 2011

LEONEL E.D. Fundamentos de Física Estatística. São Paulo: Blucher, 2015.

LIVORATI A. L. P. On the statistical and transport properties of a non-dissipative Fermi-Ulam model Chaos 25, 103107 (2015).