



9ª Jornada Científica e Tecnológica do IFSULDEMINAS

6º Simpósio da Pós-Graduação

MODELAGEM MATEMÁTICA EM CRESCIMENTO POPULACIONAL DE BACTÉRIAS

Akiiany Anderson Ribeiro de OLIVEIRA¹; Renato Machado PEREIRA²

RESUMO

A proposta da pesquisa foi o estudo, comparação, análise e avaliação da possibilidade dos modelos de Malthus e do modelo de Verhulst descreverem um comportamento semelhante ao crescimento populacional de bactérias em função do tempo. Para tanto, foi necessário um estudo aprofundado dos modelos e a análise de crescimento bacteriano e, por fim, foi feita a comparação e a análise dos dados.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Modelo de Malthus; Modelo de Verhulst; Crescimento bacteriano.

1. INTRODUÇÃO

Os modelos matemáticos estão em todas as áreas do conhecimento, suas interpretações influenciam a humanidade a compreender a natureza, prever acontecimentos, estimar as mais diversas possibilidades e controlar sistemas complexos.

Em especial, a Biologia, como ciência, necessita que apresente parâmetros que garantam que seus conceitos sejam mensuráveis e válidos. Desse modo, para uma melhor representação e interpretação de sistemas biológicos é preciso utilizar de ferramentas como a modelagem matemática.

Um exemplo muito importante no meio acadêmico de modelagem matemática na biologia é a Teoria de Malthus. Thomas Malthus, em 1678, propôs um crescimento populacional de forma exponencial, estabelecendo que a taxa de variação da população em relação ao tempo é proporcional à população presente (ZILL, 2011, p. 21). Em termos matemáticos, fica:

$$\frac{dN(t)}{dt} = a \cdot N(t)$$

Sendo que $N(t)$ é o número da população presente, em um determinado tempo t , $\frac{dN(t)}{dt}$ é a taxa de variação da população em um determinado tempo t e a é uma constante de proporcionalidade.

As populações que crescem à taxa descrita pela fórmula de Malthus são raras, entretanto,

¹ Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Muzambinho. Muzambinho/MG, email: andersonakiiany@gmail.com;

² Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Muzambinho. Muzambinho/MG, email: renato.pereira@muz.ifsuldeminas.edu.br;



9ª Jornada Científica e Tecnológica do IFSULDEMINAS

6º Simpósio da Pós-Graduação

ela é usada para modelar o crescimento de pequenas populações em um curto intervalo de tempo como, por exemplo, o crescimento de colônias bacterianas.

Outro modelo famoso e aperfeiçoado em relação ao de Malthus é o do matemático Pierre-François Verhulst (1804-1849), conhecida como equação do crescimento logístico ou, simplesmente, equação logística. Essa equação logística afirma que uma determinada população poderá crescer até um limite máximo onde apresentará um crescimento estabilizado e esta estabilidade está relacionada com a capacidade de suporte do meio em que esta população vive. Em termos matemáticos, fica (MANCERA, 2002, p. 55):

$$\frac{dN(t)}{dt} = kN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{L}\right)$$

Sendo que L é a capacidade suporte do ambiente.

Assim, os modelos de Malthus e de Verhulst fazem referência à dinâmica do crescimento populacional que apresentam teoricamente um entendimento lógico semelhante ao crescimento populacional de bactérias.

O crescimento bacteriano deve ser entendido como o aumento no número de células, que possui um tempo de vida limitado, sendo então necessário um crescimento contínuo de sua população para manter a espécie.

A taxa de crescimento bacteriano pode ser influenciada por diversos fatores e condições ambientais que relacionados podem gerar uma curva de crescimento padronizado (veja a figura 1) separadas em fases distintas (TORTORA et al., 2012, p. 172-174):

- Lag: início do crescimento, que tem uma atividade intensa e adaptação metabólica.
- Log: início da multiplicação celular aumentando a população exponencialmente.
- Estacionário: diminuição da taxa de crescimento até o equilíbrio entre o número de mortes microbianas e o número de novas células.
- Morte celular: diminuição da taxa de variação tendendo a extinção.



9ª Jornada Científica e Tecnológica do IFSULDEMINAS

6º Simpósio da Pós-Graduação

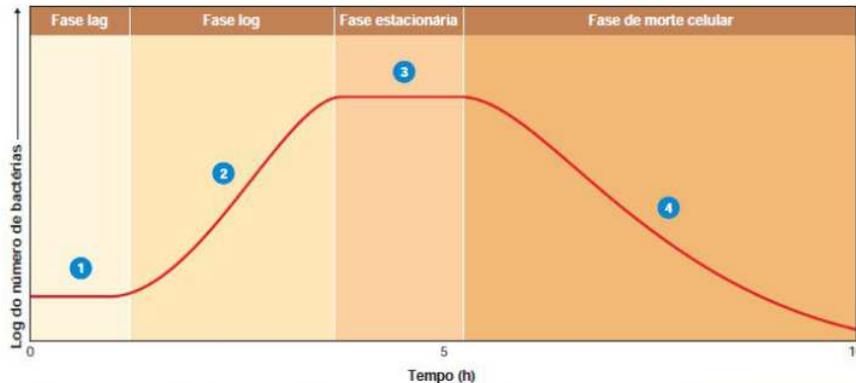


Figura 1 - Curva de Crescimento Bacteriano

Fonte : TORTORA et al., 2012, p. 173.

2. MATERIAL E MÉTODOS

O desenvolvimento do projeto foi baseado na leitura dos livros, discussão com o orientador, construção de curvas em softers matemáticos e escrita dos resultados da pesquisa. No desenvolvimento do projeto, vários livros foram consultados, como indicados no referencial teórico e nas referências bibliográficas, e, através dos textos analisados e do estudo dos modelos matemáticos, foi desenvolvida a temática da pesquisa; por fim, foi redigido o texto propriamente dito da pesquisa e as considerações e resultados obtidos.

As etapas da pesquisa se dividiram em:

- Estudo sobre modelagem matemática.
- Estudo sobre os modelos de Malthus e Verhulst.
- Análise dos modelos.
- Escrita de um texto sobre os assuntos estudados.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O Modelo de Malthus tem a capacidade de descrever a fase log, levando em consideração apenas o tempo e a quantidade de indivíduos, que descreve um crescimento exponencial como mostra a figura 2.

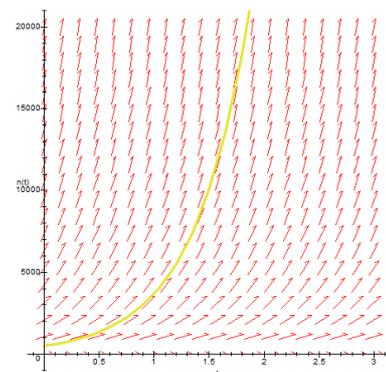


Figura 2 – Modelo de Malthus



9ª Jornada Científica e Tecnológica do IFSULDEMINAS

6º Simpósio da Pós-Graduação

A teoria de Malthus não é um bom modelo, visto que ele apresenta apenas uma fase das quatro fases que compõem o crescimento bacteriano.

Por outro lado, o modelo de Verhulst tem a flexibilidade de descrever as quatro fases: log, lag, estacionária e morte celular, desde que seja tratada como uma função definida por partes em função do tempo, do número de indivíduos e da capacidade suporte do ambiente.

Na fase log o número de indivíduos é menor que a capacidade suporte do ambiente (veja figura 3). Na fase lag e estacionária o número de indivíduos é igual a capacidade suporte do ambiente (veja figura 4). E na morte celular o número de indivíduos é maior que a capacidade suporte do ambiente (veja figura 5).

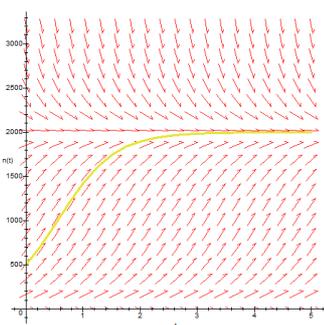


Figura 3 – Fase log

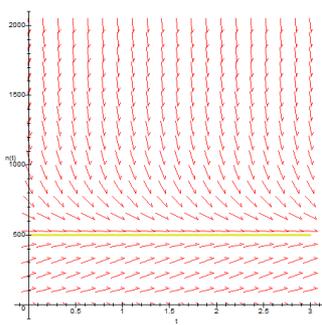


Figura 4 – Fase lag/estacionária

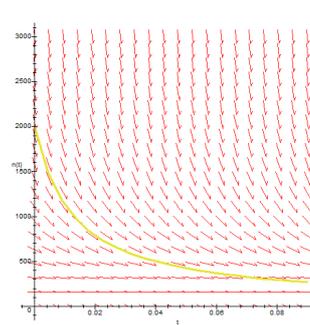


Figura 5 – Fase morte celular

4. CONCLUSÕES

O modelo de Verhulst se mostra muito mais eficiente para os fins de modelagem do crescimento bacteriano do que o modelo de Malthus, que sendo uma equação matemática mais simples representa apenas uma fase do crescimento.

REFERÊNCIAS

MANCERA, P. F. de A. **Matemática Para Ciências Biológicas**. Departamento de Bioestatística. 1ed. UNESP: Botucatu, 2002.

TORTORA, L. et al. **Microbiologia Básica**. 10. ed. Porto Alegre: Artmed, 2012.

ZILL, D. G. **Equações Diferenciais com aplicações em modelagem**. v. 1. 2 ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.