

**11ª Jornada Científica e
Tecnológica do IFSULDEMINAS**

**& 8º Simpósio de
Pós-Graduação**

ESTUDO DO MAPA GAUSS: Uma análise da influência dos parâmetros.

Fábio H. COSTA¹; Joelson D. V. HERMES²; Flávio H. GRACIANO³

RESUMO

Com a descoberta de sistemas sensíveis a condições iniciais estudos em dinâmica não linear e caos aumentaram muito ao longo das últimas décadas e despertaram o interesse de muitos pesquisadores. O presente estudo visa analisar a sensibilidade do mapa Gauss com relação à variação do parâmetro de controle ν e da condição inicial x_0 . Tal estudo é feito através de simulações numéricas e análise dos diagramas de bifurcações para diferentes valores desses parâmetros.

Palavras-chave: Sistemas Dinâmicos, Mapeamentos Unidimensionais, Caos.

1. INTRODUÇÃO

A sociedade moderna é obcecada pela previsão, pelo controle e pela manipulação de tudo o que os cercam. Os sistemas dinâmicos são caracterizados por fazerem manipulações e também previsões de condições determinadas pelo tempo, em modelos tanto biológicos, quanto físicos, quanto econômicos e financeiros. O fato é que muitos desses sistemas se caracterizam por serem caóticos.

Os sistemas caóticos encontram-se muito distantes de nossas tentativas de domínio (FEY, 2012), pois, por mínimo que seja a mudança no início de um evento, pode nos levar a um comportamento imprevisível.

O mapa Gauss é utilizado para estudar uma rede neural recorrente de um ciclo que é composta por um único neurônio caótico com auto interação (ZHOU, 2010). A rede neural recorrente de tempo discreto é um sistema dinâmico não-linear com abundantes características dinâmicas, por exemplo, seu comportamento de estado estacionário pode apresentar-se como atratores de equilíbrio, periódicos, quase-periódicos ou caóticos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O mapa Gauss é um mapeamento unidimensional definido pela seguinte equação:

$$x_{n+1} = e^{-\nu x_n^\epsilon} + \beta, \quad (1)$$

¹ Aluno, IFSULDEMINAS – *Campus* Inconfidentes. E-mail: fhc961@hotmail.com

² Orientador, IFSULDEMINAS – *Campus* Inconfidentes. E-mail: joelson.hermes@ifsuldeminas.edu.br

³ Professor, IFSULDEMINAS – *Campus* Pouso Alegre. E-mail: flavio.graciano@ifsuldeminas.edu.br

onde ν , ε e β são parâmetros de controle, x é uma variável dinâmica e n o termo de recorrência do sistema.

Para avaliar a dispersão de duas condições iniciais usamos os expoentes de Lyapunov. O expoente de Lyapunov para o sistema dinâmico é um indicador de caos e é obtido a partir da distância de duas condições iniciais distintas.

Para o sistema ser considerado estável, duas trajetórias vizinhas permanecem próximas durante todo o tempo e isto implica que a mesmas não são sensíveis às condições iniciais e temos que o expoente de Lyapunov $\lambda < 0$. Se as trajetórias divergem exponencialmente e apresentam sensibilidade as condições iniciais diz-se que o expoente de Lyapunov $\lambda > 0$. Quando as trajetórias apresentam expoente de Lyapunov $\lambda > 0$ elas são classificadas como caóticas (COSTA,2017).

Variando os valores de ν e x podemos notar através do diagrama de órbitas que uma sequência de bifurcações nos leva a um regime caótico, porém a forma com que isso acontece depende desses parâmetros, com isso pretendemos através de simulações numéricas variar tais parâmetros e analisar o que essas mudanças afetam na dinâmica do sistema e conseqüentemente em seu diagrama de órbitas.

A Figura 1 mostra o diagrama de órbitas referente ao mapa Gauss juntamente com o expoente de Lyapunov descrito pela equação (1), para $\nu= 4.9$, em que temos x como função de β e a condição inicial $x_0=0.01$ (MENDONÇA,2017).

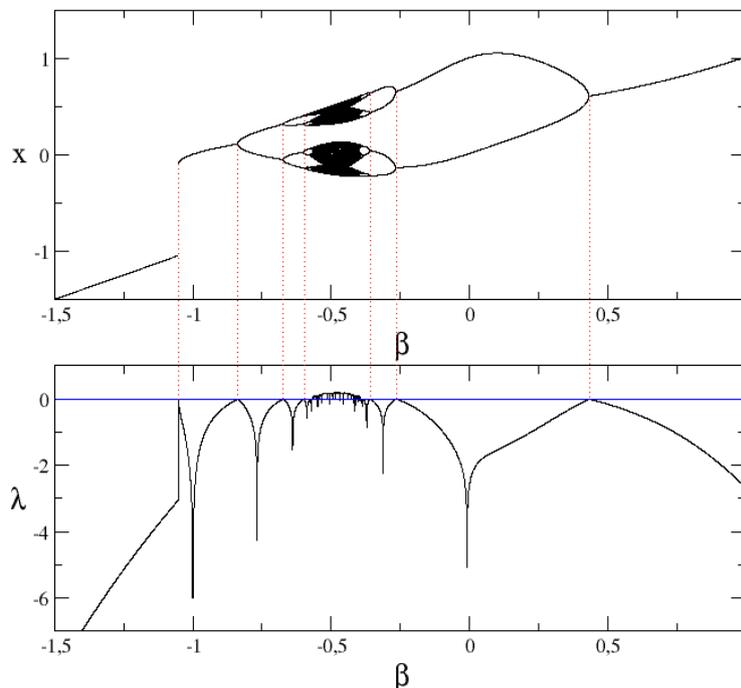


Figura 1: Diagrama de bifurcação e Expoente de Lyapunov do mapa Gauss para $x_0= 0.01$ e $\nu= 4.9$

3. MATERIAL E MÉTODOS

Os dados foram obtidos após simulações numéricas, com um algoritmo escrito em Fortran, o que possibilitou analisar os gráficos e minuciosamente coletar os resultados necessários para a conclusão do trabalho. Analisar a evolução do sistema e a variação do parâmetro de controle possibilita uma discussão sobre a dinâmica do sistema após serem feitas variações também nas condições iniciais.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na Figura 2 fixamos o parâmetro ν e variamos a condição inicial x_0 e observamos que para condições iniciais distintas e o parâmetro ν fixo visto em (a) e (b) o gráfico se comporta como o visto na Figura 1, mas quando variamos o parâmetro ν juntamente com a condição inicial x_0 para valores muito discrepantes o gráfico apresenta crise de fronteira vista em (c) e até mesmo a incidência de zonas onde há a não presença de caos visto em (d).

Entretanto, na Figura 3, escolhendo outros valores para o parâmetro ν e mantendo a mesma condição inicial x_0 , o diagrama apresentado mostra algumas mudanças significativas, como a não presença de caos, mostrada em (a), a junção dos atratores separados mostrada em (c) e a ocorrência de crises de fronteiras, mostrada na figura (d).

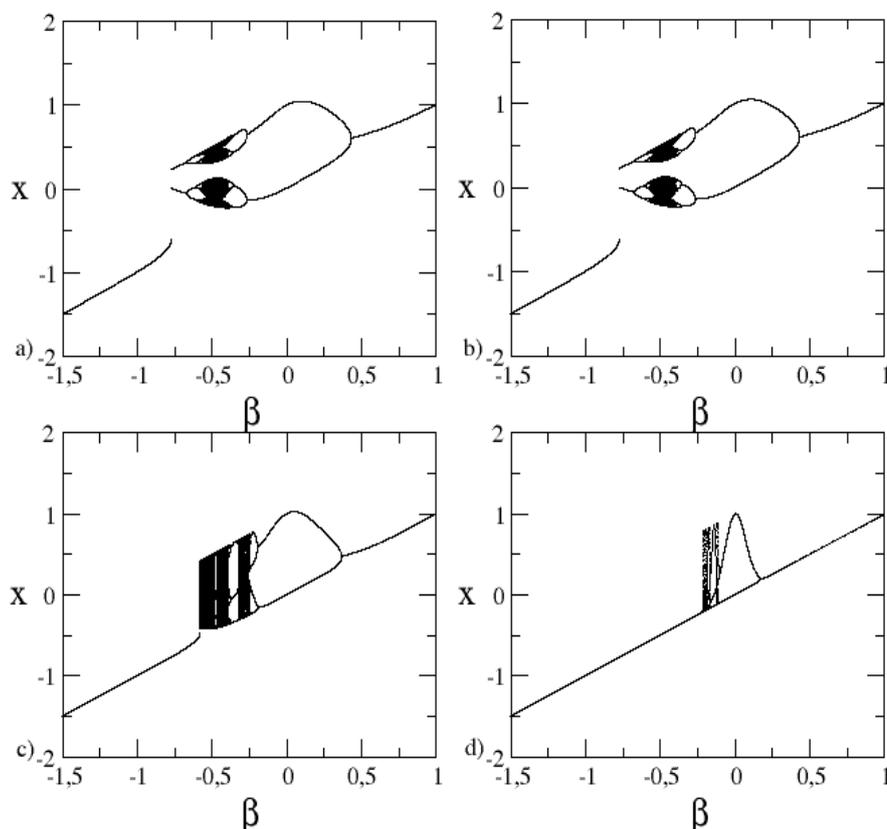


Figura 2: Diagrama de órbitas do mapa Gauss para (a) $x_0 = 1.0$ e $\nu = 4.9$ (b) $x_0 = 100.0$ e $\nu = 4.9$ (c) $x_0 = 20.0$ e $\nu = 10$ (d) $x_0 = 200.0$ e $\nu = 10$.

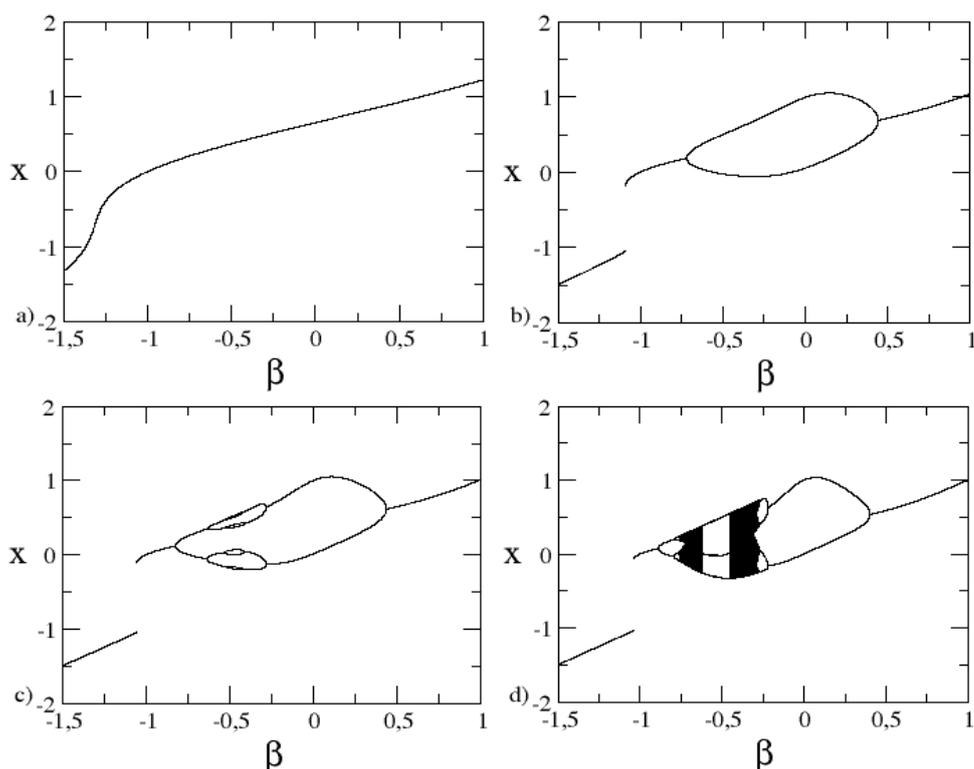


Figura 3: Diagrama de órbitas do mapa Gauss para (a) $x_0 = 0.01$ e $\nu = 1.0$ (b) $x_0 = 0.01$ e $\nu = 3.0$ (c) $x_0 = 0.01$ e $\nu = 4.6$ (d) $x_0 = 0.01$ e $\nu = 7$.

5. CONCLUSÕES

Percebemos que o parâmetro ν têm uma influência maior na dinâmica do mapa Gauss, uma vez que ao sofrer alterações elas afetam diretamente na incidência das regiões caóticas. Sendo assim em nossos trabalhos futuros envolvendo esse mapa devemos dar uma atenção maior a esse parâmetro, tal como a sua grande importância na dinâmica do mapeamento em questão.

AGRADECIMENTOS

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas - Campus Inconfidentes. Grupo de Pesquisa em Dinâmica Não Linear da Unesp- Rio Claro.

REFERÊNCIAS

COSTA, Fábio Henrique da; SILVA, Anderson Antônio Aparecido da; HERMES, Joelson Dayvison Veloso. **ESTUDO DO MAPA HASSELL: Uma análise da influência dos parâmetros**. 2017.

MENDONÇA, Hans Muller Junho de; OLIVEIRA, Prof. Dr. Juliano Antônio de. **PROPRIEDADES DE ESCALA E CASCATAS DE BIFURCAÇÕES EM MAPAS UNIDIMENSIONAIS DISCRETOS**. Rio Claro: Fapesp, 2017. 28 p.

ZHOU, Zuohan et al. A Gaussian function based chaotic neural network. **2010 International Conference On Computer Application And System Modeling (iccasm 2010)**, [s.l.], p.203-206, out. 2010. IEEE. <http://dx.doi.org/10.1109/iccasm.2010.5619236>.